线性代数
第一章：矩阵及其运算

宿州学院 数学与统计学院

目录

序言

线性代数是理工、经管类本科专业的一门专业基础课程和必备的工具课程. 也是以矩阵、数组向量空间、行列式为主要工具，研究一般线性方程组解的存在性和解的表示的数学课程。

序言

线性代数是理工、经管类本科专业的一门专业基础课程和必备的工具课程. 也是以矩阵、数组向量空间、行列式为主要工具，研究一般线性方程组解的存在性和解的表示的数学课程。

共5章内容：

序言

线性代数是理工、经管类本科专业的一门专业基础课程和必备的工具课程. 也是以矩阵、数组向量空间、行列式为主要工具，研究一般线性方程组解的存在性和解的表示的数学课程。

共5章内容：

第1章 “开门见山”的讨论“矩阵”. 利用实例，给出矩阵的数学表示，定义了矩阵的基本关系和运算，讨论矩阵的求逆等.

序言

线性代数是理工、经管类本科专业的一门专业基础课程和必备的工具课程. 也是以矩阵、数组向量空间、行列式为主要工具，研究一般线性方程组解的存在性和解的表示的数学课程。

共5章内容：

第1章 “开门见山”的讨论“矩阵”. 利用实例，给出矩阵的数学表示，定义了矩阵的基本关系和运算，讨论矩阵的求逆等.

引入矩阵的初等变换，将初等变换作为一种“基本算法”，利用初等变换、初等矩阵与矩阵乘积的关系，给出矩阵求逆的初等(行)变换法.

序言

线性代数是理工、经管类本科专业的一门专业基础课程和必备的工具课程. 也是以矩阵、数组向量空间、行列式为主要工具，研究一般线性方程组解的存在性和解的表示的数学课程。

共5章内容：

第1章 “开门见山”的讨论“矩阵”. 利用实例，给出矩阵的数学表示，定义了矩阵的基本关系和运算，讨论矩阵的求逆等.

引入矩阵的初等变换，将初等变换作为一种“基本算法”，利用初等变换、初等矩阵与矩阵乘积的关系，给出矩阵求逆的初等(行)变换法.

第2章 利用初等变换讨论一般的线性方程组.引入“高斯消元法”，给出线性方程组有解的基本判定和通解的表示.

序言

第3章　给出数组向量空间的结构. 讨论向量组的线性相关性和向量组的秩概念，并由线性相关性和秩讨论一般线性方程组解的判定和解的表示.

序言

第3章　给出数组向量空间的结构. 讨论向量组的线性相关性和向量组的秩概念，并由线性相关性和秩讨论一般线性方程组解的判定和解的表示.

第4章　基于行列式的初等变换定义，重点讨论行列式的性质和计算，并利用初等变换证明“积的行列式等于行列式的积”、“转置不改变行列式的值”、“行列式的按行(列)展开定理”等，最后给出了线性方程组的克莱姆法则.

序言

第3章 给出数组向量空间的结构. 讨论向量组的线性相关性和向量组的秩概念，并由线性相关性和秩讨论一般线性方程组解的判定和解的表示.

第4章 基于行列式的初等变换定义，重点讨论行列式的性质和计算，并利用初等变换证明“积的行列式等于行列式的积”、“转置不改变行列式的值”、“行列式的按行(列)展开定理”等，最后给出了线性方程组的克莱姆法则.

第5章 讨论矩阵的等价、合同、相似关系，给出两个矩阵等价、合同、相似的充要条件，作为矩阵合同和相似的应用，最后一节讨论了二次型.

序言

学习建议 数学的学习都需要领悟和体验.

序言

学习建议　数学的学习都需要领悟和体验.

领悟就是要思考，理解课程中数学对象之间的逻辑关系；

序言

学习建议　数学的学习都需要领悟和体验.

领悟就是要思考，理解课程中数学对象之间的逻辑关系；

体验就是要做题，做题是体验的最好途径.

序言

学习建议 数学的学习都需要领悟和体验.

领悟就是要思考，理解课程中数学对象之间的逻辑关系；

体验就是要做题，做题是体验的最好途径.

本课程共48课时，基本上是两课时处理一节内容，因而每节课的教学内容都比较饱满.建议大家在学习的过程中，要做到：

序言

学习建议　数学的学习都需要领悟和体验.

领悟就是要思考，理解课程中数学对象之间的逻辑关系；

体验就是要做题，做题是体验的最好途径.

本课程共48课时，基本上是两课时处理一节内容，因而每节课的教学内容都比较饱满.建议大家在学习的过程中，要做到：

(1)认真听.要注意听数学对象的来龙去脉，逻辑关系；

序言

学习建议 数学的学习都需要领悟和体验.

领悟就是要思考，理解课程中数学对象之间的逻辑关系；

体验就是要做题，做题是体验的最好途径.

本课程共48课时，基本上是两课时处理一节内容，因而每节课的教学内容都比较饱满.建议大家在学习的过程中，要做到：

(1)认真听.要注意听数学对象的来龙去脉，逻辑关系；

(2)多看书.看数学书的时候手头要有纸和笔，随时演算；

序言

学习建议　数学的学习都需要领悟和体验.

领悟就是要思考，理解课程中数学对象之间的逻辑关系；

体验就是要做题，做题是体验的最好途径.

本课程共48课时，基本上是两课时处理一节内容，因而每节课的教学内容都比较饱满.建议大家在学习的过程中，要做到：

(1)认真听.要注意听数学对象的来龙去脉，逻辑关系；

(2)多看书.看数学书的时候手头要有纸和笔，随时演算；

(3)勤演算.做题仍是学数学的最重要手段；

序言

学习建议　数学的学习都需要领悟和体验.

领悟就是要思考，理解课程中数学对象之间的逻辑关系；

体验就是要做题，做题是体验的最好途径.

本课程共48课时，基本上是两课时处理一节内容，因而每节课的教学内容都比较饱满.建议大家在学习的过程中，要做到：

(1)认真听.要注意听数学对象的来龙去脉，逻辑关系；

(2)多看书.看数学书的时候手头要有纸和笔，随时演算；

(3)勤演算.做题仍是学数学的最重要手段；

(4)好思考.没有人能教会你数学，数学只有学；

课程考核

序言

学习建议　数学的学习都需要领悟和体验.

领悟就是要思考，理解课程中数学对象之间的逻辑关系；

体验就是要做题，做题是体验的最好途径.

本课程共48课时，基本上是两课时处理一节内容，因而每节课的教学内容都比较饱满.建议大家在学习的过程中，要做到:

(1)认真听.要注意听数学对象的来龙去脉，逻辑关系；

(2)多看书.看数学书的时候手头要有纸和笔，随时演算；

(3)勤演算.做题仍是学数学的最重要手段；

(4)好思考.没有人能教会你数学，数学只有学；

课程考核

课程成绩$=$平时成绩$\times 30\%+$课程考核成绩$\times 70\%$

序言

学习建议 数学的学习都需要领悟和体验.

领悟就是要思考，理解课程中数学对象之间的逻辑关系；

体验就是要做题，做题是体验的最好途径.

本课程共48课时，基本上是两课时处理一节内容，因而每节课的教学内容都比较饱满.建议大家在学习的过程中，要做到：

(1)认真听.要注意听数学对象的来龙去脉，逻辑关系；

(2)多看书.看数学书的时候手头要有纸和笔，随时演算；

(3)勤演算.做题仍是学数学的最重要手段；

(4)好思考.没有人能教会你数学，数学只有学；

课程考核

课程成绩 $=$ 平时成绩 $\times 30\%+$ 课程考核成绩 $\times 70\%$

平时成绩 $=$ 课程考勤成绩 $\times 40\%+$ 书面作业成绩 $\times 40\%$

$+$ 平台练习成绩 $\times 20\%$；

序言

考核成绩=机考成绩(占40分)+教材中计算或证明题笔试成绩(占20分)+应用题笔试成绩(占40分)。

序言

考核成绩=机考成绩(占40分)+教材中计算或证明题笔试成绩(占20分)+应用题笔试成绩(占40分)。

课程考勤成绩=每次上课都会有考勤记录，依据考勤记录，由任课教师评定成绩；

序言

考核成绩=机考成绩(占40分)+教材中计算或证明题笔试成绩(占20分)+应用题笔试成绩(占40分)。

课程考勤成绩=每次上课都会有考勤记录，依据考勤记录，由任课教师评定成绩；

书面作业成绩=依据课后任课教师布置的作业完成情况给定的成绩。包括选择题题库和教材后习题两部分。选择题题库就是将来的机考题库，要全部完成；教材后的习题，按照任课教师的要求完成；任课教师将对每次作业的完成情况进行登记。

序言

考核成绩=机考成绩(占40分)+教材中计算或证明题笔试成绩(占20分)+应用题笔试成绩(占40分)。

课程考勤成绩=每次上课都会有考勤记录，依据考勤记录，由任课教师评定成绩；

书面作业成绩=依据课后任课教师布置的作业完成情况给定的成绩。包括选择题题库和教材后习题两部分。选择题题库就是将来的机考题库，要全部完成；教材后的习题，按照任课教师的要求完成；任课教师将对每次作业的完成情况进行登记。

平台练习成绩=依据“公共数学考试与测评系统”记录给定。

序言

考核成绩=机考成绩(占40分)+教材中计算或证明题笔试成绩(占20分)+应用题笔试成绩(占40分)。

课程考勤成绩=每次上课都会有考勤记录，依据考勤记录，由任课教师评定成绩；

书面作业成绩=依据课后任课教师布置的作业完成情况给定的成绩。包括选择题题库和教材后习题两部分。选择题题库就是将来的机考题库，要全部完成；教材后的习题，按照任课教师的要求完成；任课教师将对每次作业的完成情况进行登记。

平台练习成绩=依据“公共数学考试与测评系统”记录给定。

进入公共数学学习平台的步骤：

序言

考核成绩=机考成绩(占40分)+教材中计算或证明题笔试成绩(占20分)+应用题笔试成绩(占40分)。

课程考勤成绩=每次上课都会有考勤记录，依据考勤记录，由任课教师评定成绩；

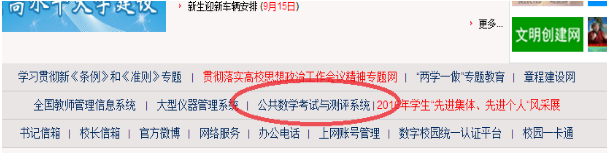
书面作业成绩=依据课后任课教师布置的作业完成情况给定的成绩。包括选择题题库和教材后习题两部分。选择题题库就是将来的机考题库，要全部完成；教材后的习题，按照任课教师的要求完成；任课教师将对每次作业的完成情况进行登记。

平台练习成绩=依据“公共数学考试与测评系统”记录给定。

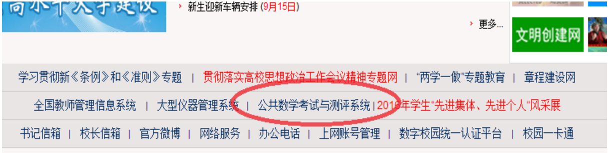
进入公共数学学习平台的步骤：

登录校园网主页，点击页面下端“公共数学考试与测评系统”

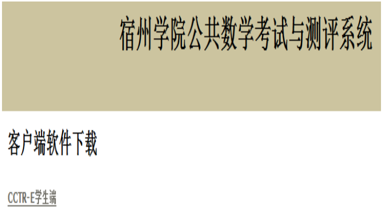
序言


新生迎新车辆安排 (9月15日)
更多...
文明创建网
学习贯彻新《条例》和《准则》专题
贯彻落实高校思想政治工作会议精神专题网
“两学一做”专题教育
章程建设网
全国教师管理信息系统
大型仪器管理系统
公共数学考试与测评系统
年学生“先进集体、先进个人”风采展
书记信箱
校长信箱
官方微博
网络服务
办公电话
上网账号管理
数字校园统一认证平台
校园一卡通

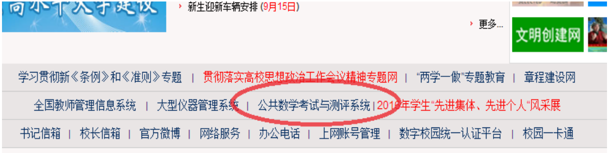
序言



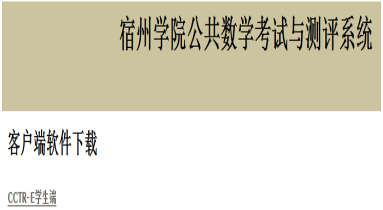
出现如下提示，点击“CCTR-学生端”，按提示安装(初次)



序言



出现如下提示，点击“CCTR-学生端”，按提示安装(初次)



安装后，桌面出现如下快捷方式(图标)

序言

序言

双击上述桌面图标，进入系统，出现如下对话框

序言

在对话框“用户名”和“密码”栏中输入个人学号(默认值)，点击登陆，即进入下一个界面。

序言

点击“在线练习”，进入练习系统，出现如下界面

序言

点击你需要进行练习的课程图标，即进入相应课程的练习系统，如点击线性代数，出现如下界面

序言

点击你需要进行练习的课程图标，即进入相应课程的练习系统，如点击线性代数，出现如下界面

按照需求，点击相应提示，即可进入下一步，如点击开始练习，即进入

序言

序言

点击确定，即进入下一步

序言


全选章节
1.1矩阵的概念(17)
1.2矩阵的关系和运算(61)
1.3矩阵的逆(39)
2.1一般线性方程组(22)
3.2 n 维数组向量空间(24)
3.4向量组的秩(46)
全选题型
选择题(78)
确 定
取 消

序言

选择你要练习的章节、题型，并确定，则进入练习界面

序言


请选择练习章节题型
全选章节
1.1矩阵的概念(17)
1.2矩阵的关系和运算(61)
3.4向量组的秩(46)
全选题型
选择题(78)
系统确认
确定要开始当前选择的章节题型进行在线练习吗？
确 定
取 消
确 定
取 消

序言


全选章节
1.1矩阵的概念(17)
全选题型
选择题(78)
确 定
取 消
Copyright © 北京天满智软件有限公司


线性代数试题在线练习
学号： 2016201616
选择题(78小题，共78分)
1/78
A
B
C
D
Copyright © 北京天满智软件有限公司

序言

练习完成后，点击上方的结束练习，并按照提示过程进行提交，系统将会自动记录每一位学生的练习时间、次数、完成题量、正确率等。

序言

练习完成后，点击上方的结束练习，并按照提示过程进行提交，系统将会自动记录每一位学生的练习时间、次数、完成题量、正确率等。

任课教师将根据系统记录，判定你的“平台练习成绩”。

序言

练习完成后，点击上方的结束练习，并按照提示过程进行提交，系统将会自动记录每一位学生的练习时间、次数、完成题量、正确率等。

任课教师将根据系统记录，判定你的“平台练习成绩”。

机考成绩 “机考”就是利用校园网上“公共数学考试与测评系统”考试。考生进入考试系统，系统会在已有的题库中(与平台练习和作业中的选择题一致)给每一位考生随机选择50道试题，并要求考生在一小时内完成。系统将自动评定成绩。

序言

练习完成后，点击上方的结束练习，并按照提示过程进行提交，系统将会自动记录每一位学生的练习时间、次数、完成题量、正确率等。

任课教师将根据系统记录，判定你的“平台练习成绩”。

机考成绩　“机考”就是利用校园网上“公共数学考试与测评系统”考试。考生进入考试系统，系统会在已有的题库中(与平台练习和作业中的选择题一致)给每一位考生随机选择50道试题，并要求考生在一小时内完成。系统将自动评定成绩。

机考的特点是：只考课程的基本知识和基本理论；采用一人一卷，试题完全随机，题库中的每道题都机会均等。

试题库中的试题是完全公开的！线性代数题量：约七百道。

序言

练习完成后，点击上方的结束练习，并按照提示过程进行提交，系统将会自动记录每一位学生的练习时间、次数、完成题量、正确率等。

任课教师将根据系统记录，判定你的“平台练习成绩”。

机考成绩　“机考”就是利用校园网上“公共数学考试与测评系统”考试。考生进入考试系统，系统会在已有的题库中(与平台练习和作业中的选择题一致)给每一位考生随机选择50道试题，并要求考生在一小时内完成。系统将自动评定成绩。

机考的特点是：只考课程的基本知识和基本理论；采用一人一卷，试题完全随机，题库中的每道题都机会均等。

试题库中的试题是完全公开的！线性代数题量：约七百道。

机考高分秘籍：认真完成并弄懂试题库中的每一道试题。

序言

笔试成绩 “笔试”就是纸质命题，学生用笔书写进行解答的考试。

序言

笔试成绩　“笔试”就是纸质命题，学生用笔书写进行解答的考试。

笔试只考知识的应用。即选择教材中的计算题或证明题，以及具有实际应用背景的试题供学生解答。因而笔试实际上是针对数学表述以及数学建模的考试。

序言

笔试成绩 “笔试”就是纸质命题，学生用笔书写进行解答的考试。

笔试只考知识的应用。即选择教材中的计算题或证明题，以及具有实际应用背景的试题供学生解答。因而笔试实际上是针对数学表述以及数学建模的考试。

在试题库中，提供了一些案例(比如线性代数我们提供了不同应用背景的二十多个案例)，是期末笔试应用题的主要来源。

序言

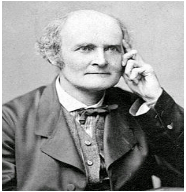
笔试成绩 “笔试”就是纸质命题，学生用笔书写进行解答的考试。

笔试只考知识的应用。即选择教材中的计算题或证明题，以及具有实际应用背景的试题供学生解答。因而笔试实际上是针对数学表述以及数学建模的考试。

在试题库中，提供了一些案例(比如线性代数我们提供了不同应用背景的二十多个案例)，是期末笔试应用题的主要来源。

希望各位同学，都能学好专业基础课！为进一步的专业学习打下坚强的基础。

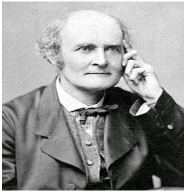
1.1 矩阵的概念



英国数学家凯莱(A.Cayley,1821-1895)

英国数学家凯莱是公认的“矩阵论”的创立者.1858年，他发表的《矩阵论的研究报告》被认为是矩阵理论形成的标志.

1.1 矩阵的概念



英国数学家凯莱(A.Cayley,1821-1895)

英国数学家凯莱是公认的“矩阵论”的创立者.1858年，他发表的《矩阵论的研究报告》被认为是矩阵理论形成的标志.

线性代数的学习，要从解决如下两个问题开始。

(1)什么是矩阵?

(2)如何定义矩阵的关系和运算?

1.1 矩阵的概念

由$m \times n$个数构成m行n列的矩形数表即为m行n列矩阵.

1.1 矩阵的概念

由$m \times n$个数构成m行n列的矩形数表即为m行n列矩阵.

设$a_{ij}(i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n)$是$m \times n$个数，将其排成$m$行$n$列，构成矩形数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

由$m\times n$个数构成m行n列的矩形数表即为m行n列矩阵.

设$a_{ij}(i=1,2,\ldots,m;j=1,2,\ldots,n)$是$m\times n$个数，将其排成$m$行$n$列，构成矩形数表

$$\left(\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & & & \\ & & & \end{array}\right.$$

1.1 矩阵的概念

由$m \times n$个数构成m行n列的矩形数表即为m行n列矩阵.

设$a_{ij}(i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n)$是$m \times n$个数，将其排成$m$行$n$列，构成矩形数表

$$\left(\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ & & & \end{array} \right.$$

1.1 矩阵的概念

由$m \times n$个数构成m行n列的矩形数表即为m行n列矩阵.

设$a_{ij}(i=1,2,\ldots,m;j=1,2,\ldots,n)$是$m \times n$个数，将其排成$m$行$n$列，构成矩形数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

由$m \times n$个数构成m行n列的矩形数表即为m行n列矩阵.

设$a_{ij}(i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n)$是$m \times n$个数，将其排成$m$行$n$列，构成矩形数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为m行n列矩阵，也称$m \times n$矩阵.

1.1 矩阵的概念

由$m\times n$个数构成m行n列的矩形数表即为m行n列矩阵.

设$a_{ij}(i=1,2,\ldots,m;j=1,2,\ldots,n)$是$m\times n$个数，将其排成$m$行$n$列，构成矩形数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为m行n列矩阵，也称$m\times n$矩阵.

通常用大写字母A,B,C等表示，也用$(a_{ij})_{m\times n}$表示上述矩阵.

1.1 矩阵的概念

称a_{ij}为矩阵$(a_{ij})_{m\times n}$ 第i行第j列的元素，

1.1 矩阵的概念

称a_{ij}为矩阵$(a_{ij})_{m\times n}$ 第i行第j列的元素，

$(a_{i1}\ \ a_{i2}\ \ \cdots\ \ a_{in})$为矩阵$(a_{ij})_{m\times n}$ 第$i(i=1,2,...,m)$行；

1.1 矩阵的概念

称a_{ij}为矩阵$(a_{ij})_{m\times n}$ 第i行第j列的元素，

$(a_{i1}\ \ a_{i2}\ \ \cdots\ \ a_{in})$为矩阵$(a_{ij})_{m\times n}$ 第$i(i=1,2,...,m)$行；

$\begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$为矩阵$(a_{ij})_{m\times n}$ 的第$j(j=1,2,...,n)$列；

1.1 矩阵的概念

称a_{ij}为矩阵$(a_{ij})_{m\times n}$ 第i行第j列的元素，

$(a_{i1}\ \ a_{i2}\ \ \cdots\ \ a_{in})$为矩阵$(a_{ij})_{m\times n}$ 第$i(i=1,2,...,m)$行；

$\begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$为矩阵$(a_{ij})_{m\times n}$ 的第$j(j=1,2,...,n)$列；

数集F上$m\times n$阶矩阵的全体记作$F^{m\times n}$.

1.1 矩阵的概念

例1.1 安徽是我国重要的煤炭基地之一，境内的淮南矿业、淮北矿业、皖北煤电矿业等集团公司年生产能力在亿吨水平.其产品除自给外，主要供应上海、浙江、江苏等地.

假设各矿业集团均生产甲、乙两种等级的煤，以a_{ij}记i集团供应给j销地甲级煤的年销售量(单位：万吨)，以b_{ij}记i集团供应给j 销地乙级煤的年销售量(单位：万吨)，以c_{ij}记i销地购买j 集团甲级煤的价格(单位：万元/万吨)，以d_{ij}记i销地购买j 集团乙级煤的价格(单位：万元/万吨)，上述数据可以简洁的用数表表示如下：

1.1 矩阵的概念

例1.1 安徽是我国重要的煤炭基地之一，境内的淮南矿业、淮北矿业、皖北煤电矿业等集团公司年生产能力在亿吨水平.其产品除自给外，主要供应上海、浙江、江苏等地.

假设各矿业集团均生产甲、乙两种等级的煤，以a_{ij}记i集团供应给j销地甲级煤的年销售量(单位：万吨)，以b_{ij}记i集团供应给j 销地乙级煤的年销售量(单位：万吨)，以c_{ij}记i销地购买j 集团甲级煤的价格(单位：万元/万吨)，以d_{ij}记i销地购买j 集团乙级煤的价格(单位：万元/万吨)，上述数据可以简洁的用数表表示如下：

表 1.1 甲级煤销量图表

集团 \ 销地	本地	上海	浙江	江苏
淮南	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
淮北	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}
皖北	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}

1.1 矩阵的概念

表 1.2 乙级煤销量图表

集团 \ 销地	本地	上海	浙江	江苏
淮南	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}
淮北	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}
皖北	b_{31}	b_{32}	b_{33}	b_{34}

表 1.3 甲级煤销售价格

销地 \ 集团	淮南	淮北	皖北
本地	c_{11}	c_{12}	c_{13}
上海	c_{21}	c_{22}	c_{23}
浙江	c_{31}	c_{32}	c_{33}
江苏	c_{41}	c_{42}	c_{43}

1.1 矩阵的概念

表 1.4 乙级煤销售价格

销地＼集团	淮南	淮北	皖北
本地	d_{11}	d_{12}	d_{13}
上海	d_{21}	d_{22}	d_{23}
浙江	d_{31}	d_{32}	d_{33}
江苏	d_{41}	d_{42}	d_{43}

表1.1–表1.4是4个矩形数表.用矩阵分别表示如下：

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

表 1.4 乙级煤销售价格

销地 \ 集团	淮南	淮北	皖北
本地	d_{11}	d_{12}	d_{13}
上海	d_{21}	d_{22}	d_{23}
浙江	d_{31}	d_{32}	d_{33}
江苏	d_{41}	d_{42}	d_{43}

表1.1–表1.4是4个矩形数表.用矩阵分别表示如下：

$$A = \left(\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ & & & \end{array} \right.$$

1.1 矩阵的概念

表 1.4 乙级煤销售价格

销地 \ 集团	淮南	淮北	皖北
本地	d_{11}	d_{12}	d_{13}
上海	d_{21}	d_{22}	d_{23}
浙江	d_{31}	d_{32}	d_{33}
江苏	d_{41}	d_{42}	d_{43}

表1.1–表1.4是4个矩形数表.用矩阵分别表示如下:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix},$$

1.1 矩阵的概念

表 1.4 乙级煤销售价格

销地 \ 集团	淮南	淮北	皖北
本地	d_{11}	d_{12}	d_{13}
上海	d_{21}	d_{22}	d_{23}
浙江	d_{31}	d_{32}	d_{33}
江苏	d_{41}	d_{42}	d_{43}

表1.1–表1.4是4个矩形数表.用矩阵分别表示如下：

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

表 1.4 乙级煤销售价格

销地 \ 集团	淮南	淮北	皖北
本地	d_{11}	d_{12}	d_{13}
上海	d_{21}	d_{22}	d_{23}
浙江	d_{31}	d_{32}	d_{33}
江苏	d_{41}	d_{42}	d_{43}

表1.1–表1.4是4个矩形数表.用矩阵分别表示如下：

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}, \ B = \left(\begin{matrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ & & & \end{matrix} \right.$$

1.1 矩阵的概念

表 1.4 乙级煤销售价格

销地 \ 集团	淮南	淮北	皖北
本地	d_{11}	d_{12}	d_{13}
上海	d_{21}	d_{22}	d_{23}
浙江	d_{31}	d_{32}	d_{33}
江苏	d_{41}	d_{42}	d_{43}

表1.1–表1.4是4个矩形数表.用矩阵分别表示如下：

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

$$C = \left(\begin{matrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ & & \\ & & \end{matrix}\right.$$

1.1 矩阵的概念

$$C = \left(\begin{matrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ & & \end{matrix} \right.$$

1.1 矩阵的概念

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix},$$

1.1 矩阵的概念

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}, \ D = \left(\begin{matrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ & & \\ & & \\ & & \end{matrix} \right.$$

1.1 矩阵的概念

$$C=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix},\ D=\left(\begin{matrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ & & \\ & & \end{matrix}\right.$$

1.1 矩阵的概念

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

$$C=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \end{pmatrix}$$

依据a_{ij}, b_{ij}的符号意义，$a_{ij}+b_{ij}$应为i 集团供应给j 销地的煤总量，其对应的矩形表格为：

1.1 矩阵的概念

$$C=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \end{pmatrix}$$

依据a_{ij}, b_{ij}的符号意义，$a_{ij}+b_{ij}$应为i 集团供应给j 销地的煤总量，其对应的矩形表格为：

表 1.5 煤炭销售总量图表

集团 \ 销地	本地	上海	浙江	江苏
淮南	$a_{11}+b_{11}$	$a_{12}+b_{12}$	$a_{13}+b_{13}$	$a_{14}+b_{14}$
淮北	$a_{21}+b_{21}$	$a_{22}+b_{22}$	$a_{23}+b_{23}$	$a_{24}+b_{24}$
皖北	$a_{31}+b_{31}$	$a_{32}+b_{32}$	$a_{33}+b_{33}$	$a_{34}+b_{34}$

1.1 矩阵的概念

表1.5用矩阵表示即为

$$E = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} & a_{14} + b_{14} \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

表1.5用矩阵表示即为

$$E = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} & a_{14} + b_{14} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} + b_{23} & a_{24} + b_{24} \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

表1.5用矩阵表示即为

$$E=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & a_{14}+b_{14} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & a_{24}+b_{24} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} & a_{34}+b_{34} \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

表1.5用矩阵表示即为

$$E = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & a_{14}+b_{14} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & a_{24}+b_{24} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} & a_{34}+b_{34} \end{pmatrix}$$

表1.5是表1.1和表1.2的汇总，也是我们通常说的“和”．

1.1 矩阵的概念

表1.5用矩阵表示即为

$$E=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & a_{14}+b_{14} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & a_{24}+b_{24} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} & a_{34}+b_{34} \end{pmatrix}$$

表1.5是表1.1和表1.2的汇总，也是我们通常说的“和”.

也称矩阵E为矩阵A与矩阵B的“和”.

用数学符号表示为“$A+B=E$”，即

1.1 矩阵的概念

表1.5用矩阵表示即为

$$E = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & a_{14}+b_{14} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & a_{24}+b_{24} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} & a_{34}+b_{34} \end{pmatrix}$$

表1.5是表1.1和表1.2的汇总，也是我们通常说的“和”.

也称矩阵E为矩阵A与矩阵B的“和”.

用数学符号表示为“$A+B=E$”，即

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix} +$$

1.1 矩阵的概念

表1.5用矩阵表示即为

$$E=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & a_{14}+b_{14} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & a_{24}+b_{24} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} & a_{34}+b_{34} \end{pmatrix}$$

表1.5是表1.1和表1.2的汇总，也是我们通常说的“和”.

也称矩阵E为矩阵A与矩阵B的“和”.

用数学符号表示为“$A+B=E$”，即

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & a_{14}+b_{14} \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

表1.5用矩阵表示即为

$$E=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & a_{14}+b_{14} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & a_{24}+b_{24} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} & a_{34}+b_{34} \end{pmatrix}$$

表1.5是表1.1和表1.2的汇总，也是我们通常说的“和”.

也称矩阵E为矩阵A与矩阵B的“和”.

用数学符号表示为“$A+B=E$”，即

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & a_{14}+b_{14} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & a_{24}+b_{24} \\ \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

表1.5用矩阵表示即为

$$E=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & a_{14}+b_{14} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & a_{24}+b_{24} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} & a_{34}+b_{34} \end{pmatrix}$$

表1.5是表1.1和表1.2的汇总，也是我们通常说的“和”.

也称矩阵E为矩阵A与矩阵B的“和”.

用数学符号表示为“$A+B=E$”，即

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} & a_{14}+b_{14} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} & a_{24}+b_{24} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} & a_{34}+b_{34} \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

取矩阵A的第k行的元素$(a_{k1}\ \ a_{k2}\ \ a_{k3}\ \ a_{k4})$，

1.1 矩阵的概念

取矩阵A的第k行的元素$\begin{pmatrix} a_{k1} & a_{k2} & a_{k3} & a_{k4} \end{pmatrix}$，

取矩阵C的第l列的元素$\begin{pmatrix} c_{1l} \\ c_{2l} \\ c_{3l} \\ c_{4l} \end{pmatrix}$，

1.1 矩阵的概念

取矩阵A的第k行的元素$(a_{k1} \quad a_{k2} \quad a_{k3} \quad a_{k4})$，

取矩阵C的第l列的元素$\begin{pmatrix} c_{1l} \\ c_{2l} \\ c_{3l} \\ c_{4l} \end{pmatrix}$，

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为f_{kl}，即

1.1 矩阵的概念

取矩阵A的第k行的元素$(a_{k1} \quad a_{k2} \quad a_{k3} \quad a_{k4})$,

取矩阵C的第l列的元素$\begin{pmatrix} c_{1l} \\ c_{2l} \\ c_{3l} \\ c_{4l} \end{pmatrix}$,

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为f_{kl}，即

$$f_{kl} = a_{k1}c_{1l} + a_{k2}c_{2l} + a_{k3}c_{3l} + a_{k4}c_{4l},$$

$$(k = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3),$$

1.1 矩阵的概念

取矩阵A的第k行的元素$(a_{k1}\ \ a_{k2}\ \ a_{k3}\ \ a_{k4})$，

取矩阵C的第l列的元素$\begin{pmatrix} c_{1l} \\ c_{2l} \\ c_{3l} \\ c_{4l} \end{pmatrix}$，

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为f_{kl}，即

$$f_{kl} = a_{k1}c_{1l} + a_{k2}c_{2l} + a_{k3}c_{3l} + a_{k4}c_{4l},$$

$$(k = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3),$$

以f_{kl}为元素可以定义一个3×3阶的矩阵

1.1 矩阵的概念

取矩阵A的第k行的元素$(a_{k1} \ \ a_{k2} \ \ a_{k3} \ \ a_{k4})$，

取矩阵C的第l列的元素$\begin{pmatrix} c_{1l} \\ c_{2l} \\ c_{3l} \\ c_{4l} \end{pmatrix}$，

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为f_{kl}，即

$$f_{kl} = a_{k1}c_{1l} + a_{k2}c_{2l} + a_{k3}c_{3l} + a_{k4}c_{4l},$$

$$(k = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3),$$

以f_{kl}为元素可以定义一个3×3阶的矩阵

$$F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

取矩阵A的第k行的元素$(a_{k1}\ \ a_{k2}\ \ a_{k3}\ \ a_{k4})$，

取矩阵C的第l列的元素$\begin{pmatrix} c_{1l} \\ c_{2l} \\ c_{3l} \\ c_{4l} \end{pmatrix}$，

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为f_{kl}，即

$$f_{kl} = a_{k1}c_{1l} + a_{k2}c_{2l} + a_{k3}c_{3l} + a_{k4}c_{4l},$$

$$(k = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3),$$

以f_{kl}为元素可以定义一个3×3阶的矩阵

$$F = \left(\begin{matrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ & & \end{matrix} \right.$$

1.1 矩阵的概念

取矩阵A的第k行的元素$(a_{k1}\ \ a_{k2}\ \ a_{k3}\ \ a_{k4})$，

取矩阵C的第l列的元素$\begin{pmatrix} c_{1l} \\ c_{2l} \\ c_{3l} \\ c_{4l} \end{pmatrix}$，

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为f_{kl}，即

$$f_{kl} = a_{k1}c_{1l} + a_{k2}c_{2l} + a_{k3}c_{3l} + a_{k4}c_{4l},$$

$$(k = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3),$$

以f_{kl}为元素可以定义一个3×3阶的矩阵

$$F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

在矩阵F中，元素

1.1 矩阵的概念

在矩阵F中，元素

$f_{11}=a_{11}c_{11}+a_{12}c_{21}+a_{13}c_{31}+a_{14}c_{41}$，

$f_{22}=a_{21}c_{12}+a_{22}c_{22}+a_{23}c_{32}+a_{24}c_{42}$，

$f_{33}=a_{31}c_{13}+a_{32}c_{23}+a_{33}c_{33}+a_{34}c_{43}$，

的实际意义分别是淮南矿业、淮北矿业、皖北煤电销售甲级煤炭的总收入.而$f_{11}+f_{22}+f_{33}$的实际意义则是三大集团公司销售甲级煤炭的总收入.

称$f_{11}+f_{22}+f_{33}$为矩阵F的“迹”，

记作$trF=f_{11}+f_{22}+f_{33}$.

1.1 矩阵的概念

取矩阵B的第k行的元素$(b_{k1}\ \ b_{k2}\ \ b_{k3}\ \ b_{k4})$,

1.1 矩阵的概念

取矩阵B的第k行的元素$(b_{k1} \quad b_{k2} \quad b_{k3} \quad b_{k4})$,

取矩阵D的第l列的元素$\begin{pmatrix} d_{1l} \\ d_{2l} \\ d_{3l} \\ d_{4l} \end{pmatrix}$,

1.1 矩阵的概念

取矩阵B的第k行的元素$(b_{k1} \quad b_{k2} \quad b_{k3} \quad b_{k4})$,

取矩阵D的第l列的元素$\begin{pmatrix} d_{1l} \\ d_{2l} \\ d_{3l} \\ d_{4l} \end{pmatrix}$,

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为g_{kl}，即

1.1 矩阵的概念

取矩阵B的第k行的元素$\begin{pmatrix} b_{k1} & b_{k2} & b_{k3} & b_{k4} \end{pmatrix}$，

取矩阵D的第l列的元素$\begin{pmatrix} d_{1l} \\ d_{2l} \\ d_{3l} \\ d_{4l} \end{pmatrix}$，

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为g_{kl}，即

$$g_{kl} = b_{k1}d_{1l} + b_{k2}d_{2l} + b_{k3}d_{3l} + b_{k4}d_{4l},$$

$$(k = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3),$$

1.1 矩阵的概念

取矩阵B的第k行的元素$\begin{pmatrix} b_{k1} & b_{k2} & b_{k3} & b_{k4} \end{pmatrix}$,

取矩阵D的第l列的元素$\begin{pmatrix} d_{1l} \\ d_{2l} \\ d_{3l} \\ d_{4l} \end{pmatrix}$,

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为g_{kl}，即

$$g_{kl} = b_{k1}d_{1l} + b_{k2}d_{2l} + b_{k3}d_{3l} + b_{k4}d_{4l},$$

$$(k = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3),$$

以g_{kl}为元素可以定义一个3×3阶的矩阵

1.1 矩阵的概念

取矩阵B的第k行的元素$(b_{k1}\ \ b_{k2}\ \ b_{k3}\ \ b_{k4})$,

取矩阵D的第l列的元素$\begin{pmatrix} d_{1l} \\ d_{2l} \\ d_{3l} \\ d_{4l} \end{pmatrix}$,

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为g_{kl}，即

$$g_{kl} = b_{k1}d_{1l} + b_{k2}d_{2l} + b_{k3}d_{3l} + b_{k4}d_{4l},$$

$$(k = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3),$$

以g_{kl}为元素可以定义一个3×3阶的矩阵

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

取矩阵B的第k行的元素$\begin{pmatrix} b_{k1} & b_{k2} & b_{k3} & b_{k4} \end{pmatrix}$，

取矩阵D的第l列的元素$\begin{pmatrix} d_{1l} \\ d_{2l} \\ d_{3l} \\ d_{4l} \end{pmatrix}$，

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为g_{kl}，即

$$g_{kl} = b_{k1}d_{1l} + b_{k2}d_{2l} + b_{k3}d_{3l} + b_{k4}d_{4l},$$

$$(k = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3),$$

以g_{kl}为元素可以定义一个3×3阶的矩阵

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

取矩阵B的第k行的元素$(b_{k1} \ \ b_{k2} \ \ b_{k3} \ \ b_{k4})$，

取矩阵D的第l列的元素$\begin{pmatrix} d_{1l} \\ d_{2l} \\ d_{3l} \\ d_{4l} \end{pmatrix}$，

将其对应位置的元素相乘并相加，结果记为g_{kl}，即

$$g_{kl} = b_{k1}d_{1l} + b_{k2}d_{2l} + b_{k3}d_{3l} + b_{k4}d_{4l},$$

$$(k = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3),$$

以g_{kl}为元素可以定义一个3×3阶的矩阵

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

在矩阵G中，元素

1.1 矩阵的概念

在矩阵G中，元素

$$g_{11}=b_{11}d_{11}+b_{12}d_{21}+b_{13}d_{31}+b_{14}d_{41},$$

$$g_{22}=b_{21}d_{12}+b_{22}d_{22}+b_{23}d_{32}+b_{24}d_{42},$$

$$g_{33}=b_{31}d_{13}+b_{32}d_{23}+b_{33}d_{33}+b_{34}d_{43},$$

的实际意义分别是淮南矿业、淮北矿业、皖北煤电销售乙级煤炭的总收入.而$trG=g_{11}+g_{22}+g_{33}$的实际意义则是三大集团公司销售乙级煤炭的总收入.

1.1 矩阵的概念

在矩阵G中，元素

$g_{11}=b_{11}d_{11}+b_{12}d_{21}+b_{13}d_{31}+b_{14}d_{41}$，

$g_{22}=b_{21}d_{12}+b_{22}d_{22}+b_{23}d_{32}+b_{24}d_{42}$，

$g_{33}=b_{31}d_{13}+b_{32}d_{23}+b_{33}d_{33}+b_{34}d_{43}$，

的实际意义分别是淮南矿业、淮北矿业、皖北煤电销售乙级煤炭的总收入.而$trG=g_{11}+g_{22}+g_{33}$的实际意义则是三大集团公司销售乙级煤炭的总收入.

由矩阵A和矩阵C 按上述法则所确定的矩阵F称为矩阵A与C 的乘积，记为$F=AC$.

同样，矩阵G则是矩阵B与D 的乘积，记作$G=BD$.

1.1 矩阵的概念

例1.2 某股份公司生产四种产品，各种产品在生产过程中的生产成本以及在各季度的产量分别由表1.6和表1.7给出.

1.1 矩阵的概念

例1.2 某股份公司生产四种产品，各种产品在生产过程中的生产成本以及在各季度的产量分别由表1.6和表1.7给出.

表1.6 产品生产成本(单位：万元/吨)

	产品			
消耗	A	B	C	D
原材料	0.5	0.8	0.7	0.65
劳动力	0.8	1.05	0.9	0.85
经营管理	0.3	0.6	0.7	0.5

1.1 矩阵的概念

例1.2 某股份公司生产四种产品，各种产品在生产过程中的生产成本以及在各季度的产量分别由表1.6和表1.7给出.

表 1.6 产品生产成本(单位：万元/吨)

	产品			
消耗	A	B	C	D
原材料	0.5	0.8	0.7	0.65
劳动力	0.8	1.05	0.9	0.85
经营管理	0.3	0.6	0.7	0.5

表 1.7 各季度产量(单位：吨)

	季度			
产品	春	夏	秋	冬
A	9000	10500	11000	8500
B	6500	6000	5500	7000
C	10500	9500	9500	10000
D	8500	9500	9000	8500

1.1 矩阵的概念

例1.2 某股份公司生产四种产品，各种产品在生产过程中的生产成本以及在各季度的产量分别由表1.6和表1.7给出.

表 1.6 产品生产成本(单位：万元/吨)

	产品			
消 耗	A	B	C	D
原材料	0.5	0.8	0.7	0.65
劳动力	0.8	1.05	0.9	0.85
经营管理	0.3	0.6	0.7	0.5

表 1.7 各季度产量(单位：吨)

	季度			
产 品	春	夏	秋	冬
A	9000	10500	11000	8500
B	6500	6000	5500	7000
C	10500	9500	9500	10000
D	8500	9500	9000	8500

在年度股东大会上，公司总裁准备用一个简单的数表向股东们介绍所有产品在各个季度的各项生产成本，各个季度的总成本，以及全年各项的总成本.

宿州学院 SUZHOU UNIVERSITY

1.1 矩阵的概念

例1.2 某股份公司生产四种产品，各种产品在生产过程中的生产成本以及在各季度的产量分别由表1.6和表1.7给出.

表 1.6 产品生产成本(单位：万元/吨)

	产品			
消耗	A	B	C	D
原材料	0.5	0.8	0.7	0.65
劳动力	0.8	1.05	0.9	0.85
经营管理	0.3	0.6	0.7	0.5

表 1.7 各季度产量(单位：吨)

	季度			
产品	春	夏	秋	冬
A	9000	10500	11000	8500
B	6500	6000	5500	7000
C	10500	9500	9500	10000
D	8500	9500	9000	8500

在年度股东大会上，公司总裁准备用一个简单的数表向股东们介绍所有产品在各个季度的各项生产成本，各个季度的总成本，以及全年各项的总成本.

假设你就是这个公司的"总裁"，你如何来制作这个表格？

1.1 矩阵的概念

表1.6是一个3行4列的数表，用矩阵表示为

$$M = \left(\begin{array}{cccc} 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.65 \\ & & & \\ & & & \end{array}\right.$$

1.1 矩阵的概念

表1.6是一个3行4列的数表，用矩阵表示为

$$M=\left(\begin{matrix}0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.65\\ 0.8 & 1.05 & 0.9 & 0.85\\ & & & \end{matrix}\right.$$

1.1 矩阵的概念

表1.6是一个3行4列的数表，用矩阵表示为

$$M=\begin{pmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.65 \\ 0.8 & 1.05 & 0.9 & 0.85 \\ 0.3 & 0.6 & 0.7 & 0.5 \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

表1.6是一个3行4列的数表，用矩阵表示为

$$M = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.65 \\ 0.8 & 1.05 & 0.9 & 0.85 \\ 0.3 & 0.6 & 0.7 & 0.5 \end{pmatrix}$$

表1.7是一个4行4列的数表，用矩阵表示为

$$N = \left(\begin{matrix} 9000 & 10500 & 11000 & 8500 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{matrix} \right.$$

1.1 矩阵的概念

表1.6是一个3行4列的数表，用矩阵表示为

$$M = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.65 \\ 0.8 & 1.05 & 0.9 & 0.85 \\ 0.3 & 0.6 & 0.7 & 0.5 \end{pmatrix}$$

表1.7是一个4行4列的数表，用矩阵表示为

$$N = \left(\begin{matrix} 9000 & 10500 & 11000 & 8500 \\ 6500 & 6000 & 5500 & 7000 \\ & & & \\ & & & \end{matrix} \right.$$

1.1 矩阵的概念

表1.6是一个3行4列的数表，用矩阵表示为

$$M=\begin{pmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.65 \\ 0.8 & 1.05 & 0.9 & 0.85 \\ 0.3 & 0.6 & 0.7 & 0.5 \end{pmatrix}$$

表1.7是一个4行4列的数表，用矩阵表示为

$$N=\left(\begin{matrix} 9000 & 10500 & 11000 & 8500 \\ 6500 & 6000 & 5500 & 7000 \\ 10500 & 9500 & 9500 & 10000 \\ & & & \end{matrix}\right.$$

1.1 矩阵的概念

表1.6是一个3行4列的数表，用矩阵表示为

$$M=\begin{pmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.65 \\ 0.8 & 1.05 & 0.9 & 0.85 \\ 0.3 & 0.6 & 0.7 & 0.5 \end{pmatrix}$$

表1.7是一个4行4列的数表，用矩阵表示为

$$N=\begin{pmatrix} 9000 & 10500 & 11000 & 8500 \\ 6500 & 6000 & 5500 & 7000 \\ 10500 & 9500 & 9500 & 10000 \\ 8500 & 9500 & 9000 & 8500 \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

表1.6是一个3行4列的数表，用矩阵表示为

$$M=\begin{pmatrix}0.5&0.8&0.7&0.65\\0.8&1.05&0.9&0.85\\0.3&0.6&0.7&0.5\end{pmatrix}$$

表1.7是一个4行4列的数表，用矩阵表示为

$$N=\begin{pmatrix}9000&10500&11000&8500\\6500&6000&5500&7000\\10500&9500&9500&10000\\8500&9500&9000&8500\end{pmatrix}$$

在矩阵M中取消耗品对应的行，取矩阵N中季节对应的列，将其相应位置元素对应相乘并相加，则可以得到某种消耗品的在某个季节的总消耗成本.

1.1 矩阵的概念

例如：取矩阵M的第一行与矩阵N的第一列，将其对应位置元素相乘并相加，即

$$0.5 \times 9000 + 0.8 \times 6500 + 0.7 \times 10500 + 0.65 \times 8500$$

1.1 矩阵的概念

例如：取矩阵M的第一行与矩阵N的第一列，将其对应位置元素相乘并相加，即

$$0.5 \times 9000 + 0.8 \times 6500 + 0.7 \times 10500 + 0.65 \times 8500 = 22575$$

所得就是春季原材料的总成本.

1.1 矩阵的概念

例如：取矩阵M的第一行与矩阵N的第一列，将其对应位置元素相乘并相加，即

$$0.5\times 9000+0.8\times 6500+0.7\times 10500+0.65\times 8500=22575$$

所得就是春季原材料的总成本.

也就是说：将矩阵M与N相乘，即得到各种消耗品在各个季节消耗的总成本.

1.1 矩阵的概念

例如：取矩阵M的第一行与矩阵N的第一列，将其对应位置元素相乘并相加，即

$$0.5\times 9000+0.8\times 6500+0.7\times 10500+0.65\times 8500=22575$$

所得就是春季原材料的总成本.

也就是说：将矩阵M与N相乘，即得到各种消耗品在各个季节消耗的总成本.

$$MN=$$

1.1 矩阵的概念

例如：取矩阵M的第一行与矩阵N的第一列，将其对应位置元素相乘并相加，即

$$0.5\times 9000+0.8\times 6500+0.7\times 10500+0.65\times 8500=22575$$

所得就是春季原材料的总成本.

也就是说：将矩阵M与N相乘，即得到各种消耗品在各个季节消耗的总成本.

$$MN=\begin{pmatrix} 22575 & 22875 & 22400 & 22375 \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

宿州学院 SUZHOU UNIVERSITY

1.1 矩阵的概念

例如：取矩阵M的第一行与矩阵N的第一列，将其对应位置元素相乘并相加，即

$$0.5 \times 9000 + 0.8 \times 6500 + 0.7 \times 10500 + 0.65 \times 8500 = 22575$$

所得就是春季原材料的总成本.

也就是说：将矩阵M与N相乘，即得到各种消耗品在各个季节消耗的总成本.

$$MN = \begin{pmatrix} 22575 & 22875 & 22400 & 22375 \\ 30700 & 31325 & 39775 & 30375 \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

例如：取矩阵M的第一行与矩阵N的第一列，将其对应位置元素相乘并相加，即

$$0.5\times 9000+0.8\times 6500+0.7\times 10500+0.65\times 8500=22575$$

所得就是春季原材料的总成本.

也就是说：将矩阵M与N相乘，即得到各种消耗品在各个季节消耗的总成本.

$$MN=\begin{pmatrix} 22575 & 22875 & 22400 & 22375 \\ 30700 & 31325 & 39775 & 30375 \\ 18200 & 18150 & 17750 & 18000 \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

将矩阵MN各行元素相加，即分别得到原材料、劳动力、经营管理的全年总成本，分别是：90225、123175、72100万元.

1.1 矩阵的概念

将矩阵MN各行元素相加，即分别得到原材料、劳动力、经营管理的全年总成本，分别是：90225、123175、72100万元.

取一个4行1列的矩阵

$$L=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

将矩阵MN各行元素相加，即分别得到原材料、劳动力、经营管理的全年总成本，分别是：90225、123175、72100万元.

取一个4行1列的矩阵

$$L=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$$

将积矩阵MN与矩阵L相乘，得到一个3行1列的矩阵，其元素分别为矩阵MN各行元素之和.即

1.1 矩阵的概念

将矩阵MN各行元素相加，即分别得到原材料、劳动力、经营管理的全年总成本，分别是：90225、123175、72100万元.

取一个4行1列的矩阵

$$L=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$$

将积矩阵MN与矩阵L相乘，得到一个3行1列的矩阵，其元素分别为矩阵MN各行元素之和.即

$$(MN)L=\begin{pmatrix}22575 & 22875 & 22400 & 22375\\30700 & 31325 & 39775 & 30375\\18200 & 18150 & 17750 & 18000\end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

将矩阵MN各行元素相加，即分别得到原材料、劳动力、经营管理的全年总成本，分别是：90225、123175、72100万元.

取一个4行1列的矩阵

$$L=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$$

将积矩阵MN与矩阵L相乘，得到一个3行1列的矩阵，其元素分别为矩阵MN各行元素之和.即

$$(MN)L=\begin{pmatrix}22575 & 22875 & 22400 & 22375\\30700 & 31325 & 39775 & 30375\\18200 & 18150 & 17750 & 18000\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

将矩阵MN各行元素相加，即分别得到原材料、劳动力、经营管理的全年总成本，分别是：90225、123175、72100万元.

取一个4行1列的矩阵

$$L=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$$

将积矩阵MN与矩阵L相乘，得到一个3行1列的矩阵，其元素分别为矩阵MN各行元素之和.即

$$(MN)L=\begin{pmatrix}22575&22875&22400&22375\\30700&31325&39775&30375\\18200&18150&17750&18000\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}90225\\123175\\72100\end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

取一个1行3列的矩阵$K = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$,

1.1 矩阵的概念

取一个1行3列的矩阵$K=(1\ \ 1\ \ 1)$，将矩阵K与矩阵MN相乘，得到一个1行4列的矩阵，其元素即为矩阵MN的各列元素之和，即

1.1 矩阵的概念

取一个1行3列的矩阵$K=(1\ \ 1\ \ 1)$，将矩阵K与矩阵MN相乘，得到一个1行4列的矩阵，其元素即为矩阵MN的各列元素之和，即

$$K(MN)=(1\ \ 1\ \ 1)\begin{pmatrix}22575 & 22875 & 22400 & 22375\\ 30700 & 31325 & 39775 & 30375\\ 18200 & 18150 & 17750 & 18000\end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

取一个1行3列的矩阵$K=(1\ \ 1\ \ 1)$，将矩阵K与矩阵MN相乘，得到一个1行4列的矩阵，其元素即为矩阵MN的各列元素之和，即

$$K(MN)=(1\ \ 1\ \ 1)\begin{pmatrix} 22575 & 22875 & 22400 & 22375 \\ 30700 & 31325 & 39775 & 30375 \\ 18200 & 18150 & 17750 & 18000 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 71475 & 72350 & 70925 & 70750 \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

取一个1行3列的矩阵$K=(1\ \ 1\ \ 1)$，将矩阵K与矩阵MN相乘，得到一个1行4列的矩阵，其元素即为矩阵MN的各列元素之和，即

$$K(MN)=(1\ \ 1\ \ 1)\begin{pmatrix} 22575 & 22875 & 22400 & 22375 \\ 30700 & 31325 & 39775 & 30375 \\ 18200 & 18150 & 17750 & 18000 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 71475 & 72350 & 70925 & 70750 \end{pmatrix}$$

矩阵K 、MN 、L 的乘积是一个1行1列的矩阵，其元素为矩阵MN所有元素之和，也就是全年的所有消耗的总成本，即

1.1 矩阵的概念

$$K(MN)L =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 22575 & 22875 & 22400 & 22375 \\ 30700 & 31325 & 39775 & 30375 \\ 18200 & 18150 & 17750 & 18000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

$$K(MN)L =$$

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}22575 & 22875 & 22400 & 22375 \\ 30700 & 31325 & 39775 & 30375 \\ 18200 & 18150 & 17750 & 18000\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 \\ 1 \\ 1 \\ 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}285500\end{pmatrix}$$

将上述计算所得数据绘制成表1.8，此表格可直观反映出本公司全年消耗成本的总体情况.

1.1 矩阵的概念

$$K(MN)L =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 22575 & 22875 & 22400 & 22375 \\ 30700 & 31325 & 39775 & 30375 \\ 18200 & 18150 & 17750 & 18000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 285500 \end{pmatrix}$$

将上述计算所得数据绘制成表1.8，此表格可直观反映出本公司全年消耗成本的总体情况.

表 1.8　成本汇总(单位：万元)

	春	夏	秋	冬	全年
原材料	22575	22875	22400	22375	90225
劳动力	30700	31325	30775	30375	123175
经营管理	18200	18150	17750	18000	721000
总成本	71475	72350	70925	70750	285500

1.1 矩阵的概念

本节最后，给出一些结构特殊的矩阵.

1.1 矩阵的概念

本节最后，给出一些结构特殊的矩阵.

1.对角矩阵.

1.1 矩阵的概念

本节最后，给出一些结构特殊的矩阵.

1.对角矩阵. 若$n \times n$阶矩阵$D = (d_{ij})_{n\times n}$中，有$d_{ij} = 0, \ (i \neq j)$，即

1.1 矩阵的概念

本节最后，给出一些结构特殊的矩阵.

1.对角矩阵. 若$n \times n$阶矩阵$D = (d_{ij})_{n\times n}$中，有$d_{ij} = 0, \ (i \neq j)$，即

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

则称矩阵D为对角矩阵；

1.1 矩阵的概念

特别：若对角阵D的对角元素d_{ii}均相等，即

1.1 矩阵的概念

特别：若对角阵D的对角元素d_{ii}均相等，即

$$D = \begin{pmatrix} d & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d \end{pmatrix}$$

则称D是由数d所确定的数量矩阵；

1.1 矩阵的概念

特别：若对角阵D的对角元素d_{ii}均相等，即

$$D=\begin{pmatrix} d & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d \end{pmatrix}$$

则称D是由数d所确定的**数量矩阵**；

$d=1$所确定的数量矩阵称为**单位矩阵**，记为I，即

1.1 矩阵的概念

特别：若对角阵D的对角元素d_{ii}均相等，即

$$D = \begin{pmatrix} d & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d \end{pmatrix}$$

则称D是由数d所确定的数量矩阵；

$d = 1$所确定的数量矩阵称为单位矩阵，记为I，即

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

2.三角形矩阵

1.1 矩阵的概念

2.三角形矩阵

$n \times n$阶矩阵$A = (a_{ij})_{n\times n}$中，若元素$a_{ij} = 0, (i > j)$，即

1.1 矩阵的概念

2.三角形矩阵

$n\times n$阶矩阵$A=(a_{ij})_{n\times n}$中，若元素$a_{ij}=0,\ (i>j)$，即

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

则称A是上三角矩阵；

1.1 矩阵的概念

2.三角形矩阵

$n\times n$阶矩阵$A=(a_{ij})_{n\times n}$中，若元素$a_{ij}=0,\ (i>j)$，即

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

则称A是上三角矩阵；

若元素$a_{ij}=0,\ (i<j)$，即

1.1 矩阵的概念

2.三角形矩阵

$n \times n$阶矩阵$A=(a_{ij})_{n\times n}$中，若元素$a_{ij}=0,\ (i>j)$，即

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

则称A是上三角矩阵；

若元素$a_{ij}=0,\ (i<j)$，即 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$

则称A是下三角矩阵；

1.1 矩阵的概念

3.阶梯形矩阵

1.1 矩阵的概念

3.阶梯形矩阵

在矩阵中，非零行从左至右第一个非零元素称为这一行的主元.

1.1 矩阵的概念

3.阶梯形矩阵

在矩阵中，非零行从左至右第一个非零元素称为这一行的主元.

若$m \times n$矩阵A满足：

1.1 矩阵的概念

3.阶梯形矩阵

在矩阵中，非零行从左至右第一个非零元素称为这一行的主元.

若$m \times n$矩阵A满足：

①元素全为零的行在下面(如果存在零行)；

1.1 矩阵的概念

3.阶梯形矩阵

在矩阵中，非零行从左至右第一个非零元素称为这一行的主元.

若$m \times n$矩阵A满足：

①元素全为零的行在下面(如果存在零行)；

②每个主元所在的列数随行数的增加严格递增.

1.1 矩阵的概念

3.阶梯形矩阵

在矩阵中，非零行从左至右第一个非零元素称为这一行的主元.

若$m \times n$矩阵A满足：

①元素全为零的行在下面(如果存在零行)；

②每个主元所在的列数随行数的增加严格递增.

则称矩阵A为阶梯形矩阵.

1.1 矩阵的概念

例:

$$A = \left(\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ & & & & \\ & & & & \end{matrix}\right.$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A = \left(\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ & & & & \\ & & & & \end{matrix} \right.$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 10\\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15\\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8\end{pmatrix},$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1&1&10\\0&-1&-3&-1&-15\\0&0&0&2&24\\0&0&0&0&-8\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&1&1&0&6\\0&-1&-3&0&-11\\&&&&\\&&&&\end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 10\\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15\\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 0 & 6\\ 0 & -1 & -3 & 0 & -11\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3\\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1&1&10\\0&-1&-3&-1&-15\\0&0&0&2&24\\0&0&0&0&-8\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1&1&0&6\\0&-1&-3&0&-11\\0&0&0&1&3\\0&0&0&0&4\end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1&1&10\\0&-1&-3&-1&-15\\0&0&0&2&24\\0&0&0&0&-8\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&1&1&0&6\\0&-1&-3&0&-11\\0&0&0&1&3\\0&0&0&0&4\end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix}1&0&0&0&1\\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1&1&10\\0&-1&-3&-1&-15\\0&0&0&2&24\\0&0&0&0&-8\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&1&1&0&6\\0&-1&-3&0&-11\\0&0&0&1&3\\0&0&0&0&4\end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix}1&0&0&0&1\\0&1&0&0&2\\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

例:

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1&1&10\\0&-1&-3&-1&-15\\0&0&0&2&24\\0&0&0&0&-8\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1&1&0&6\\0&-1&-3&0&-11\\0&0&0&1&3\\0&0&0&0&4\end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix}1&0&0&0&1\\0&1&0&0&2\\0&0&1&0&3\\0&0&0&1&4\end{pmatrix}$$

都是阶梯形矩阵；

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right.$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix},$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \left(\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right.$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -11 \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \left(\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ & & & & \end{matrix} \right.$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

但

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

都不是阶梯形矩阵.

1.1 矩阵的概念

在阶梯形矩阵中，若每一个主元都是数1，且主元所在的列除主元1 以外，其它元素均为0 ，则称这样的阶梯形为规范阶梯形矩阵 ，也称既约阶梯形矩阵.

1.1 矩阵的概念

在阶梯形矩阵中，若每一个主元都是数1，且主元所在的列除主元1 以外，其它元素均为0 ，则称这样的阶梯形为规范阶梯形矩阵 ，也称既约阶梯形矩阵.

如前述矩阵C就是规范阶梯形矩阵.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

在阶梯形矩阵中，若每一个主元都是数1，且主元所在的列除主元1 以外，其它元素均为0 ，则称这样的阶梯形为规范阶梯形矩阵 ，也称既约阶梯形矩阵.

如前述矩阵C就是规范阶梯形矩阵.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

在阶梯形矩阵中，若每一个主元都是数1，且主元所在的列除主元1 以外，其它元素均为0 ，则称这样的阶梯形为规范阶梯形矩阵 ，也称既约阶梯形矩阵.

如前述矩阵C就是规范阶梯形矩阵.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ & & & & \end{pmatrix}$$

1.1 矩阵的概念

在阶梯形矩阵中，若每一个主元都是数1，且主元所在的列除主元1 以外，其它元素均为0 ，则称这样的阶梯形为规范阶梯形矩阵，也称既约阶梯形矩阵.

如前述矩阵C就是规范阶梯形矩阵.

$$C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

1.1 矩阵的概念

在阶梯形矩阵中，若每一个主元都是数1，且主元所在的列除主元1 以外，其它元素均为0 ，则称这样的阶梯形为规范阶梯形矩阵 ，也称既约阶梯形矩阵.

如前述矩阵C就是规范阶梯形矩阵.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

作业：

(1)完成题库中第一节的21道选择题的解答；

(2)教材P_{30}，Ex 1. 2. 3. 5. 6.

Thank you!

AUTHOR: Ning Qun
ADDRESS: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China
EMAIL: Ning.qun@163.com