# 线性代数

## 第二章：线性方程组

## 习 题 解 答

宿州学院　数学与统计学院

宿州学院 SUZHOU UNIVERSITY

# 目录

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

1. 解

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

1. 解 由题设条件，内点①的温度满足

$$t_1=\frac{1}{4}(20+10+t_2+t_4);$$

## 习题2.1($P_{61} - P_{63}$)

1. 解 由题设条件，内点①的温度满足

$$t_1 = \frac{1}{4}(20 + 10 + t_2 + t_4);$$

内点②的温度满足

$$t_2 = \frac{1}{4}(20 + t_1 + t_3 + t_5);$$

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

1. 解 由题设条件，内点①的温度满足

$$t_1=\frac{1}{4}(20+10+t_2+t_4);$$

内点②的温度满足

$$t_2=\frac{1}{4}(20+t_1+t_3+t_5);$$

内点③的温度满足

$$t_3=\frac{1}{4}(20+40+t_2+t_6);$$

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

1. 解 由题设条件，内点①的温度满足

$$t_1=\frac{1}{4}(20+10+t_2+t_4);$$

内点②的温度满足

$$t_2=\frac{1}{4}(20+t_1+t_3+t_5);$$

内点③的温度满足

$$t_3=\frac{1}{4}(20+40+t_2+t_6);$$

内点④的温度满足

$$t_4=\frac{1}{4}(10+30+t_1+t_5);$$

# 习题2.1$(P_{61}-P_{63})$

内点⑤的温度满足

$$t_5=\frac{1}{4}(30+t_2+t_4+t_6);$$

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

内点⑤的温度满足

$$t_5 = \frac{1}{4}(30 + t_2 + t_4 + t_6);$$

内点⑥的温度满足

$$t_6 = \frac{1}{4}(30 + 40 + t_3 + t_5);$$

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

内点⑤的温度满足

$$t_5=\frac{1}{4}(30+t_2+t_4+t_6);$$

内点⑥的温度满足

$$t_6=\frac{1}{4}(30+40+t_3+t_5);$$

整理后可以得其满足的线性方程组

$$\begin{cases} 4t_1-t_2-t_4 & =30 \\ t_1-4t_2+t_3+t_5 & =-20 \\ t_2-4t_3+t_6 & =-60 \\ t_1-4t_4+t_5 & =-40 \\ t_2+t_4-4t_5+t_6 & =-30 \\ t_3+t_5-4t_6 & =-70 \end{cases}$$

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ -20 \\ -60 \\ -40 \\ -30 \\ -70 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 30 \\ -20 \\ -60 \\ -40 \\ -30 \\ -70 \end{pmatrix}.$$

2. 解

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ -20 \\ -60 \\ -40 \\ -30 \\ -70 \end{pmatrix}.$$

2. 解 假设在一个周期内，煤矿的总产值为$x_1$，电厂的总产值为$x_2$，铁路的总产值为$x_3$，依据平衡可以得到

$$\begin{cases} x_1-(0x_1+0.65x_2+0.55x_3) & =5000 \\ x_2-(0.25x_1+0.05x_2+0.10x_3) & =2500 \\ x_3-(0.25x_1+0.05x_2+0x_3) & =0 \end{cases},$$

# 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

整理后得

$$\begin{cases} x_1-0.65x_2-0.55x_3 & =5000 \\ -0.25x_1+0.95x_2-0.10x_3 & =2500 \\ -0.25x_1-0.05x_2+x_3 & =0 \end{cases},$$

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

整理后得

$$\begin{cases} x_1-0.65x_2-0.55x_3 & =5000 \\ -0.25x_1+0.95x_2-0.10x_3 & =2500 \\ -0.25x_1-0.05x_2+x_3 & =0 \end{cases},$$

用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 \\ -0.25 & -0.05 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5000 \\ 2500 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

整理后得

$$\begin{cases} x_1-0.65x_2-0.55x_3 & =5000 \\ -0.25x_1+0.95x_2-0.10x_3 & =2500 \\ -0.25x_1-0.05x_2+x_3 & =0 \end{cases},$$

用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 \\ -0.25 & -0.05 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5000 \\ 2500 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

3. 解

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

整理后得

$$\begin{cases} x_1-0.65x_2-0.55x_3 & =5000 \\ -0.25x_1+0.95x_2-0.10x_3 & =2500 \\ -0.25x_1-0.05x_2+x_3 & =0 \end{cases},$$

用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 \\ -0.25 & -0.05 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5000 \\ 2500 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

3. 解 假设方案乙、丙、丁的楼层数分别为$x_1,x_2,x_3$，则

$$\begin{cases} 8x_1+8x_2+9x_3 & =116 \\ 7x_1+4x_2+3x_3 & =61 \\ 3x_1+5x_2+6x_3 & =68 \end{cases},$$

# 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix}.$$

# 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix}.$$

4. 解

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix}.$$

4. 解 依据图所示，

站$A$：$-x_1-x_2+x_3=0$，

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix}.$$

4. 解 依据图所示，

站$A$：$-x_1-x_2+x_3=0$，站$B$：$x_1-x_4-x_5=0$，

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix}.$$

4. 解 依据图所示，

站$A$：$-x_1-x_2+x_3=0$，站$B$：$x_1-x_4-x_5=0$，

站$C$：$-x_3+x_5=-20$，

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix}.$$

4. 解 依据图所示，

站$A$：$-x_1 - x_2 + x_3 = 0$，站$B$：$x_1 - x_4 - x_5 = 0$，

站$C$：$-x_3 + x_5 = -20$，站$D$：$x_2 + x_4 = 20$.

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix}.$$

4. 解 依据图所示，

站$A$：$-x_1-x_2+x_3=0$，站$B$：$x_1-x_4-x_5=0$，

站$C$：$-x_3+x_5=-20$，站$D$：$x_2+x_4=20.$

联立方程为

$$\begin{cases} -x_1-x_2+x_3 & =0 \\ x_1-x_4-x_5 & =0 \\ -x_3+x_5 & =-20 \\ x_2+x_4 & =20 \end{cases},$$

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -20 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -20 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

5. 解

## 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -20 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

5. 解 假设$S_n^4=f(n)=a_1n+a_2n^2+a_3n^3+a_4n^4+a_5n^5$，则

$$\begin{aligned}
&f(n)-f(n-1)\\
&=(a_1n+a_2n^2+a_3n^3+a_4n^4+a_5n^5)\\
&-[a_1(n-1)+a_2(n-1)^2+a_3(n-1)^3+a_4(n-1)^4+a_5(n-1)^5]\\
&=(a_1-a_2+a_3-a_4+a_5)+(2a_2-3a_3+4a_4-5a_5)n\\
&+(3a_3-6a_4+10a_5)n^2+(4a_4-10a_5)n^3+5a_5n^4\\
&=n^4
\end{aligned}$$

# 习题2.1$(P_{61}-P_{63})$

比较系数，可以得到

$$\begin{cases} a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 & = 0 \\ 2a_2 - 3a_3 + 4a_4 - 5a_5 & = 0 \\ 3a_3 - 6a_4 + 10a_5 & = 0 \\ 4a_4 - 10a_5 & = 0 \\ 5a_5 & = 1 \end{cases},$$

# 习题2.1($P_{61}-P_{63}$)

比较系数，可以得到

$$\begin{cases} a_1-a_2+a_3-a_4+a_5 &=0\\ 2a_2-3a_3+4a_4-5a_5 &=0\\ 3a_3-6a_4+10a_5 &=0\\ 4a_4-10a_5 &=0\\ 5a_5 &=1 \end{cases},$$

用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1\\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5\\ 0 & 0 & 3 & -6 & 10\\ 0 & 0 & 0 & 4 & -10\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1\\ a_2\\ a_3\\ a_4\\ a_5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 1 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(1) 解

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(1) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$,

# 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(1) 解 系数矩阵$A=$
$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix},$$

增广矩阵$\overline{A}=$
$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 30 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & -20 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 & -60 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 & -40 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 & -30 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & -70 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形(同学们可以尝试使用Mathlab进行计算)

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0&18.70\\0&1&0&0&0&0&23.48\\0&0&1&0&0&0&28.70\\0&0&0&1&0&0&21.30\\0&0&0&0&1&0&26.52\\0&0&0&0&0&1&31.30\end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形(同学们可以尝试使用Mathlab进行计算)

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 18.70 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23.48 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 28.70 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 21.30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 26.52 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 31.30 \end{pmatrix}.$$

所以各内点温度为

$$t_1=18.70,\ t_2=23.48,\ t_3=28.70,\ t_4=21.30,\ t_5=26.52,\ t_6=31.30.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(2) 解

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(2) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 \\ -0.25 & -0.05 & 1 \end{pmatrix}$,

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(2) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 \\ -0.25 & -0.05 & 1 \end{pmatrix}$,

增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 & 5000 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 & 2500 \\ -0.25 & -0.05 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(2) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 \\ -0.25 & -0.05 & 1 \end{pmatrix}$,

增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 & 5000 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 & 2500 \\ -0.25 & -0.05 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形(同学们可以尝试使用Mathlab进行计算)

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 9636.6 \\ 0 & 1 & 0 & 4888.3 \\ 0 & 0 & 1 & 2653.6 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(2) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & -0.65 & -0.55\\ -0.25 & 0.95 & -0.1\\ -0.25 & -0.05 & 1\end{pmatrix}$,

增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & -0.65 & -0.55 & 5000\\ -0.25 & 0.95 & -0.1 & 2500\\ -0.25 & -0.05 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形(同学们可以尝试使用Mathlab进行计算)

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 9636.6\\ 0 & 1 & 0 & 4888.3\\ 0 & 0 & 1 & 2653.6\end{pmatrix}.$$

所以$x_1=9636.6,\ x_2=4888.3,\ x_3=2653.6$.

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(3) 解

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(3) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix}8&8&9\\7&4&3\\3&5&6\end{pmatrix}$,

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(3) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix}8&8&9\\7&4&3\\3&5&6\end{pmatrix}$,

增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix}8&8&9&116\\7&4&3&61\\3&5&6&68\end{pmatrix}$.

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(3) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix}8&8&9\\7&4&3\\3&5&6\end{pmatrix}$,

增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix}8&8&9&116\\7&4&3&61\\3&5&6&68\end{pmatrix}$.

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形(同学们可以尝试使用Mathlab进行计算)

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&0&3\\0&1&0&7\\0&0&1&4\end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(3) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix}8&8&9\\7&4&3\\3&5&6\end{pmatrix}$,

增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix}8&8&9&116\\7&4&3&61\\3&5&6&68\end{pmatrix}$.

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形(同学们可以尝试使用Mathlab进行计算)

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&0&3\\0&1&0&7\\0&0&1&4\end{pmatrix}.$$

所以$x_1=3,\ x_2=7,\ x_3=4$.

# 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(4) 解

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(4) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(4) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,

增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -20 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 20 \end{pmatrix}$.

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

1.(4) 解 系数矩阵$A=\begin{pmatrix}-1&-1&1&0&0\\1&0&0&-1&-1\\0&0&-1&0&1\\0&1&0&1&0\end{pmatrix}$,

增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix}-1&-1&1&0&0&0\\1&0&0&-1&-1&0\\0&0&-1&0&1&-20\\0&1&0&1&0&20\end{pmatrix}$.

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&0&-1&-1&0\\0&1&0&1&0&20\\0&0&1&0&-1&20\\0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

所以$\begin{cases} x_1 &= x_4 + x_5 \\ x_2 &= 20 - x_4 \\ x_3 &= 20 + x_5 \end{cases}$，其中，$x_4, x_5$是自由未知量.

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

所以$\begin{cases} x_1 &= x_4 + x_5 \\ x_2 &= 20 - x_4 \\ x_3 &= 20 + x_5 \end{cases}$，其中，$x_4, x_5$是自由未知量.

1.(5) 解

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

所以$\begin{cases} x_1 &= x_4 + x_5 \\ x_2 &= 20 - x_4 \\ x_3 &= 20 + x_5 \end{cases}$，其中，$x_4, x_5$是自由未知量.

1.(5) 解 系数矩阵$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$,

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

所以$\begin{cases} x_1 &= x_4 + x_5 \\ x_2 &= 20 - x_4 \\ x_3 &= 20 + x_5 \end{cases}$，其中，$x_4, x_5$是自由未知量.

1.(5) 解 系数矩阵$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$,

增广矩阵$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形(同学们可以尝试使用Mathlab进行计算)

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&-\frac{1}{30}\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&\frac{1}{3}\\0&0&0&1&0&\frac{1}{2}\\0&0&0&0&1&\frac{1}{5}\end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形(同学们可以尝试使用Mathlab进行计算)

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&-\frac{1}{30}\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&\frac{1}{3}\\0&0&0&1&0&\frac{1}{2}\\0&0&0&0&1&\frac{1}{5}\end{pmatrix}.$$

所以$a_1=-\frac{1}{30},\ a_2=0,\ a_3=\frac{1}{3},\ a_4=\frac{1}{2},\ a_5=\frac{1}{5}$.

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形(同学们可以尝试使用Mathlab进行计算)

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{30} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}.$$

所以$a_1=-\frac{1}{30},\ a_2=0,\ a_3=\frac{1}{3},\ a_4=\frac{1}{2},\ a_5=\frac{1}{5}$.

求和公式$S_n^4=-\frac{1}{30}n+\frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}n^4+\frac{1}{5}n^5$.

# 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(1) 解

# 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(1) 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & -5 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -13 & -6 \end{pmatrix},$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(1) 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & -5 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -13 & -6 \end{pmatrix},$$

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(1) 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 3\\ 3 & 1 & -5 & 0\\ 4 & -1 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -13 & -6\end{pmatrix},$$

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.\text{方程组有唯一解}\begin{cases}x_1 & =1\\ x_2 & =2\\ x_3 & =1\end{cases}.$$

# 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(2) 解

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(2) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 6 & 6 \\ 4 & 5 & 3 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$,

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(2) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&2\\2&3&1&1&-3&0\\1&0&2&2&6&6\\4&5&3&3&-1&4\end{pmatrix}$,

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&2&2&6&6\\0&1&-1&-1&-5&-4\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(2) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&2\\2&3&1&1&-3&0\\1&0&2&2&6&6\\4&5&3&3&-1&4\end{pmatrix}$,

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&2&2&6&6\\0&1&-1&-1&-5&-4\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

方程组有无穷多解$\begin{cases}x_1&=6-2x_3-2x_4-6x_5\\x_2&=-4+x_3+x_4+5x_5\end{cases}$，其中，$x_3,x_4,x_5$是自由未知量.

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(3) 解

# 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(3) 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & -2 \end{pmatrix},$$

# 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(3) 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & -2 \end{pmatrix},$$

对增广矩阵进行初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(3) 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & -2 \end{pmatrix},$$

对增广矩阵进行初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

最后一列有主元，所以方程组无解.

## 习题2.2($P_{63} - P_{64}$)

2.(4) 解

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(4) 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & 11 \end{pmatrix},$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(4) 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & 11 \end{pmatrix},$$

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(4) 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & 11 \end{pmatrix},$$

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

方程组有无穷多解$\begin{cases} x_1 & = 3-x_3+x_4 \\ x_2 & = -4+x_3+x_4 \end{cases}$，其中，$x_3, x_4$是自由未知量.

# 习题2.2($P_{63} - P_{64}$)

2.(5) 解

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(5) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix} 1 & -5 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 7 \\ -1 & 12 & 7 & -5 \\ 1 & 16 & 13 & -1 \end{pmatrix}$,

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(5) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&-5&-2&4\\2&-3&1&7\\-1&12&7&-5\\1&16&13&-1\end{pmatrix}$,

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&\frac{15}{7}&\frac{28}{7}\\0&1&\frac{5}{7}&-\frac{1}{7}\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(5) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&-5&-2&4\\2&-3&1&7\\-1&12&7&-5\\1&16&13&-1\end{pmatrix}$,

对增广矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&\frac{15}{7}&\frac{28}{7}\\0&1&\frac{5}{7}&-\frac{1}{7}\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

方程组有无穷多解$\begin{cases}x_1&=\frac{28}{7}-\frac{15}{7}x_3\\x_2&=-\frac{1}{7}-\frac{5}{7}x_3\end{cases}$，其中，$x_3$是自由未知量.

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(6) 解

# 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(6) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix} 1 & -5 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 7 \\ -1 & 12 & 7 & -5 \\ 1 & 16 & 13 & 1 \end{pmatrix}$,

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(6) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & -5 & -2 & 4\\ 2 & -3 & 1 & 7\\ -1 & 12 & 7 & -5\\ 1 & 16 & 13 & 1\end{pmatrix}$，

对增广矩阵进行初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 0 & \frac{15}{7} & \frac{28}{7}\\ 0 & 1 & \frac{5}{7} & -\frac{1}{7}\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

2.(6) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix} 1 & -5 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 7 \\ -1 & 12 & 7 & -5 \\ 1 & 16 & 13 & 1 \end{pmatrix}$,

对增广矩阵进行初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{15}{7} & \frac{28}{7} \\ 0 & 1 & \frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

最后一列出现了主元，方程组无解.

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

3.(1) 解

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

3.(1) 解 以$x_i$记投给$A_i$的资金($i=1,2,3$)，则依据题意可得

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3 &= 1000 \\ 2x_1-x_2 &= 0 \\ 0.12x_1+0.15x_2+0.22x_3 &= 200 \end{cases}$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

3.(1) 解 以$x_i$记投给$A_i$的资金($i=1,2,3$)，则依据题意可得

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3 &= 1000 \\ 2x_1-x_2 &= 0 \\ 0.12x_1+0.15x_2+0.22x_3 &= 200 \end{cases}$$

用矩阵表示为

$$AX=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0.12 & 0.15 & 0.22 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix}=b,$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

3.(1) 解 以$x_i$记投给$A_i$的资金($i=1,2,3$)，则依据题意可得

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3 & =1000 \\ 2x_1-x_2 & =0 \\ 0.12x_1+0.15x_2+0.22x_3 & =200 \end{cases}$$

用矩阵表示为

$$AX=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0.12 & 0.15 & 0.22 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix}=b,$$

若$A$可逆，则$X=A^{-1}b$，利用mathlab可求

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{11}{12} & \frac{7}{24} & -\frac{25}{6} \\ \frac{11}{6} & -\frac{5}{12} & -\frac{25}{3} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{8} & \frac{25}{2} \end{pmatrix},$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

所以

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{11}{12} & \frac{7}{24} & -\frac{25}{6} \\ \frac{11}{6} & -\frac{5}{12} & -\frac{25}{3} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{8} & \frac{25}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{250}{5} \\ \frac{500}{3} \\ 750 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

所以

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{11}{12} & \frac{7}{24} & -\frac{25}{6} \\ \frac{11}{6} & -\frac{5}{12} & -\frac{25}{3} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{8} & \frac{25}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{250}{5} \\ \frac{500}{3} \\ 750 \end{pmatrix}.$$

(2) 若投$A_3$的钱是$A_1$与$A_2$的和，则依题意，得

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 1000 \\ x_1 + x_2 - x_3 & = 0 \\ 0.12x_1 + 0.15x_2 + 0.22x_3 & = 200 \end{cases}$$

## 习题2.2($P_{63}-P_{64}$)

所以

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{11}{12} & \frac{7}{24} & -\frac{25}{6} \\ \frac{11}{6} & -\frac{5}{12} & -\frac{25}{3} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{8} & \frac{25}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{250}{5} \\ \frac{500}{3} \\ 750 \end{pmatrix}.$$

(2) 若投$A_3$的钱是$A_1$与$A_2$的和，则依题意，得

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 1000 \\ x_1 + x_2 - x_3 & = 0 \\ 0.12x_1 + 0.15x_2 + 0.22x_3 & = 200 \end{cases}$$

利用(1)的方法计算得$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -500 \\ 1000 \\ 500 \end{pmatrix}$,

## 习题2.2($P_{63} - P_{64}$)

所以

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{11}{12} & \frac{7}{24} & -\frac{25}{6} \\ \frac{11}{6} & -\frac{5}{12} & -\frac{25}{3} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{8} & \frac{25}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{250}{5} \\ \frac{500}{3} \\ 750 \end{pmatrix}.$$

(2) 若投$A_3$的钱是$A_1$与$A_2$的和，则依题意，得

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 1000 \\ x_1 + x_2 - x_3 & = 0 \\ 0.12x_1 + 0.15x_2 + 0.22x_3 & = 200 \end{cases}$$

利用(1)的方法计算得$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -500 \\ 1000 \\ 500 \end{pmatrix}$，

显然答案不合题意，实际问题无解.

# 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

1. 解

## 习题2.3($P_{64} - P_{66}$)

1. 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & a_4 \end{pmatrix},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

1. 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&0&0&-a_1\\0&1&1&0&a_2\\0&0&1&1&-a_3\\1&0&0&1&a_4\end{pmatrix},$$

对增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形矩阵

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&0&0&-a_1\\0&1&1&0&a_2\\0&0&1&1&-a_3\\0&0&0&0&a_1+a_2+a_3+a_4\end{pmatrix}.$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

1. 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&0&0&-a_1\\0&1&1&0&a_2\\0&0&1&1&-a_3\\1&0&0&1&a_4\end{pmatrix},$$

对增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形矩阵

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&0&0&-a_1\\0&1&1&0&a_2\\0&0&1&1&-a_3\\0&0&0&0&a_1+a_2+a_3+a_4\end{pmatrix}.$$

显然，方程组有解$\Leftrightarrow$ $a_1+a_2+a_3+a_4=0$.

## 习题2.3($P_{64} - P_{66}$)

在$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$时，对增广矩阵进一步进行初等行变换，化为规范形

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -a_1 - a_2 - a_3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & a_2 + a_3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

在$a_1+a_2+a_3+a_4=0$时，对增广矩阵进一步进行初等行变换，化为规范形

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -a_1-a_2-a_3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & a_2+a_3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

方程组有无穷多解$\begin{cases} x_1 = -a_1-a_2-a_3-x_4 \\ x_2 = a_2+a_3+x_4 \\ x_3 = -a_3-x_4 \end{cases}$，其中，$x_4$是自由未知量.

## 习题2.3($P_{64} - P_{66}$)

2. 解

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

2. 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ 2 & 3 & a+2 & 3\\ 1 & a & -2 & 0\end{pmatrix},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

2. 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ 2 & 3 & a+2 & 3\\ 1 & a & -2 & 0\end{pmatrix},$$

对增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ 0 & 1 & -a & -1\\ 0 & 0 & (a+1)(a-3) & a-3\end{pmatrix}.$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

2. 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ 2 & 3 & a+2 & 3\\ 1 & a & -2 & 0\end{pmatrix},$$

对增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ 0 & 1 & -a & -1\\ 0 & 0 & (a+1)(a-3) & a-3\end{pmatrix}.$$

方程组无解，当且仅当$\begin{cases}(a+1)(a-3) & =0\\ a-3 & \neq 0\end{cases}$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

2. 解 方程组的增广矩阵为

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ 2 & 3 & a+2 & 3\\ 1 & a & -2 & 0\end{pmatrix},$$

对增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ 0 & 1 & -a & -1\\ 0 & 0 & (a+1)(a-3) & a-3\end{pmatrix}.$$

方程组无解，当且仅当$\begin{cases}(a+1)(a-3) & =0\\ a-3 & \neq 0\end{cases}$

所以方程组无解，则$a=-1.$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

3. 解

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

3. 解 联立方程组$\begin{cases} x_1+x_2 &= 0 \\ x_2-x_4 &= 0 \\ x_1-x_2+x_3 &= 0 \\ x_2-x_3+x_4 &= 0 \end{cases}$

# 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

3. 解 联立方程组$\begin{cases} x_1+x_2 & =0 \\ x_2-x_4 & =0 \\ x_1-x_2+x_3 & =0 \\ x_2-x_3+x_4 & =0 \end{cases}$

对方程组的系数矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$A \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

3. 解 联立方程组$\begin{cases} x_1+x_2 &= 0 \\ x_2-x_4 &= 0 \\ x_1-x_2+x_3 &= 0 \\ x_2-x_3+x_4 &= 0 \end{cases}$

对方程组的系数矩阵进行初等行变换，化为规范阶梯形

$$A \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ \text{通解为}\begin{cases} x_1 &= -x_4 \\ x_2 &= x_4 \\ x_3 &= 2x_4 \end{cases}，\text{取}$$

自由未知量$x_4=1$，得公共非零解$\begin{cases} x_1 &= -1 \\ x_2 &= 1 \\ x_3 &= 2 \\ x_4 &= 1 \end{cases}$.

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

4. 解

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

4. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & \lambda \\ 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \end{pmatrix}$,

# 习题2.3($P_{64} - P_{66}$)

4. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & \lambda \\ 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \end{pmatrix}$，对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ 0 & \lambda - 1 & 1 - \lambda & \lambda - \lambda^2 \\ 0 & 0 & 2 - \lambda - \lambda^2 & 1 + \lambda - \lambda^2 - \lambda^3 \end{pmatrix},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

4. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}\lambda & 1 & 1 & 1\\ 1 & \lambda & 1 & \lambda\\ 1 & 1 & \lambda & \lambda^2\end{pmatrix}$，对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 1 & \lambda & \lambda^2\\ 0 & \lambda-1 & 1-\lambda & \lambda-\lambda^2\\ 0 & 0 & 2-\lambda-\lambda^2 & 1+\lambda-\lambda^2-\lambda^3\end{pmatrix},$$

(1)当$\lambda\neq 1$且$\lambda\neq -2$时，增广矩阵有三个主元，且最后一列无主元，这时方程组有唯一解；

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

4. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}\lambda & 1 & 1 & 1\\ 1 & \lambda & 1 & \lambda\\ 1 & 1 & \lambda & \lambda^2\end{pmatrix}$，对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 1 & \lambda & \lambda^2\\ 0 & \lambda-1 & 1-\lambda & \lambda-\lambda^2\\ 0 & 0 & 2-\lambda-\lambda^2 & 1+\lambda-\lambda^2-\lambda^3\end{pmatrix},$$

(1)当$\lambda\neq 1$且$\lambda\neq -2$时，增广矩阵有三个主元，且最后一列无主元，这时方程组有唯一解；

(2)当$\lambda=-2$时，增广矩阵有三个主元，但最后一列有主元，这时方程组无解；

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

4. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}\lambda & 1 & 1 & 1\\ 1 & \lambda & 1 & \lambda\\ 1 & 1 & \lambda & \lambda^2\end{pmatrix}$，对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 1 & \lambda & \lambda^2\\ 0 & \lambda-1 & 1-\lambda & \lambda-\lambda^2\\ 0 & 0 & 2-\lambda-\lambda^2 & 1+\lambda-\lambda^2-\lambda^3\end{pmatrix},$$

(1)当$\lambda\neq 1$且$\lambda\neq -2$时，增广矩阵有三个主元，且最后一列无主元，这时方程组有唯一解；

(2)当$\lambda=-2$时，增广矩阵有三个主元，但最后一列有主元，这时方程组无解；

(3)当$\lambda=1$时，增广矩阵有一个主元，且最后一列无主元，这时方程组有无穷多解.

## 习题2.3($P_{64} - P_{66}$)

5. 解

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

5. 解 齐次线性方程组的系数矩阵为$A=\begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ 1 & k & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

5. 解 齐次线性方程组的系数矩阵为$A=\begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ 1 & k & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,

对其系数矩阵进行初等行变换，化为阶梯形

$$A \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 1+2k \\ 0 & 0 & k^2+k-2 \end{pmatrix},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

5. 解 齐次线性方程组的系数矩阵为$A=\begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ 1 & k & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$，

对其系数矩阵进行初等行变换，化为阶梯形

$$A \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 1+2k \\ 0 & 0 & k^2+k-2 \end{pmatrix},$$

当$k=-2$或者$k=1$时，系数矩阵有两个主元，个数小于未知量个数，方程组存在非零解；

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

5. 解 齐次线性方程组的系数矩阵为$A=\begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ 1 & k & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$，

对其系数矩阵进行初等行变换，化为阶梯形

$$A \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 1+2k \\ 0 & 0 & k^2+k-2 \end{pmatrix},$$

当$k=-2$或者$k=1$时，系数矩阵有两个主元，个数小于未知量个数，方程组存在非零解；

当$k\neq-2$且$k\neq1$时，系数矩阵有三个主元，个数等于未知量个数，方程组仅有零解.

# 习题2.3($P_{64} - P_{66}$)

6.(1) 解

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

6.(1) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&a\\a&1&1&1\\1&1&a&1\end{pmatrix}$,

# 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

6.(1) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&a\\a&1&1&1\\1&1&a&1\end{pmatrix}$，

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&1&a\\0&1-a&1-a&1-a^2\\0&0&a-1&1-a\end{pmatrix},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

6.(1) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&a\\a&1&1&1\\1&1&a&1\end{pmatrix}$，

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&1&a\\0&1-a&1-a&1-a^2\\0&0&a-1&1-a\end{pmatrix},$$

当$a=1$时，$\overline{A}$有一个主元且最后一列无主元，方程组有无穷多解.

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

6.(1) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&a\\a&1&1&1\\1&1&a&1\end{pmatrix}$,

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&1&a\\0&1-a&1-a&1-a^2\\0&0&a-1&1-a\end{pmatrix},$$

当$a=1$时，$\overline{A}$有一个主元且最后一列无主元，方程组有无穷多解. 这时方程组同解于$x_1+x_2+x_3=1$，通解为

$x_1=1-x_2-x_3$, 其中$x_2,x_3$是自由未知量.

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

6.(1) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&a\\a&1&1&1\\1&1&a&1\end{pmatrix}$，

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&1&a\\0&1-a&1-a&1-a^2\\0&0&a-1&1-a\end{pmatrix},$$

当$a=1$时，$\overline{A}$有一个主元且最后一列无主元，方程组有无穷多解. 这时方程组同解于$x_1+x_2+x_3=1$，通解为

$x_1=1-x_2-x_3$, 其中$x_2,x_3$是自由未知量.

当$a\neq 1$时，$\overline{A}$有三个主元且最后一列无主元，方程组有唯一解.

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

6.(1) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&a\\a&1&1&1\\1&1&a&1\end{pmatrix}$，

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&1&a\\0&1-a&1-a&1-a^2\\0&0&a-1&1-a\end{pmatrix},$$

当$a=1$时，$\overline{A}$有一个主元且最后一列无主元，方程组有无穷多解. 这时方程组同解于$x_1+x_2+x_3=1$，通解为$x_1=1-x_2-x_3$, 其中$x_2,x_3$是自由未知量.

当$a\neq 1$时，$\overline{A}$有三个主元且最后一列无主元，方程组有唯一解. 对$\overline{A}$再进一步初等行变换，化为规范形

# 习题2.3($P_{64} - P_{66}$)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & a+2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & a+2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

方程组有唯一解$\begin{cases} x_1 & = -1 \\ x_2 & = a+2 \\ x_3 & = -1 \end{cases}.$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & a\\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2\\ 0 & 0 & a-1 & 1-a\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0 & a+2\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix},$$

方程组有唯一解 $\begin{cases} x_1 & = -1\\ x_2 & = a+2\\ x_3 & = -1\end{cases}.$

6.(2) 解

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & a+2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

方程组有唯一解$\begin{cases} x_1 & = -1 \\ x_2 & = a+2 \\ x_3 & = -1 \end{cases}$.

6.(2) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 5 & b \end{pmatrix}$,

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，其可以化为

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&2&-2&2&2\\0&1&-1&-1&1\\0&0&0&0&a-1\\0&0&0&0&b+4\end{pmatrix},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，其可以化为

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&2&-2&2&2\\0&1&-1&-1&1\\0&0&0&0&a-1\\0&0&0&0&b+4\end{pmatrix},$$

当$a=1$且$b=-4$时，方程有无穷多解.

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，其可以化为

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&2&-2&2&2\\0&1&-1&-1&1\\0&0&0&0&a-1\\0&0&0&0&b+4\end{pmatrix},$$

当$a=1$且$b=-4$时，方程有无穷多解.

通解为$\begin{cases}x_1&=-4x_4\\x_2&=1+x_3+x_4\end{cases}$，其中$x_3,x_4$为自由未知量.

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

7.(1) 解

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

7.(1) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & -3 & -1\\ 10 & -4 & 3\end{pmatrix}$,

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

7.(1) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-3&-1\\10&-4&3\end{pmatrix}$,

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&1\\0&4&2\\0&0&0\end{pmatrix},$$

方程组有唯一解.

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

7.(1) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & -3 & -1\\ 10 & -4 & 3\end{pmatrix}$,

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 4 & 2\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix},$$

方程组有唯一解.

7.(2) 解

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

7.(1) 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & -3 & -1\\ 10 & -4 & 3\end{pmatrix}$,

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 4 & 2\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix},$$

方程组有唯一解.

7.(2) 解 将第三个方程中的常数项改为不等于3的数，方程组都会无解.

## 习题2.3($P_{64} - P_{66}$)

8. 解

# 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

8. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 4\\ 1 & -2 & 1 & -3 & -3\\ 2 & -1 & 2 & -2 & \lambda\end{pmatrix}$,

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

8. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&1&4\\1&-2&1&-3&-3\\2&-1&2&-2&\lambda\end{pmatrix}$，

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&1&1&4\\0&-3&0&-4&-7\\0&0&0&0&\lambda-1\end{pmatrix},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

8. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&1&4\\1&-2&1&-3&-3\\2&-1&2&-2&\lambda\end{pmatrix}$,

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&1&1&4\\0&-3&0&-4&-7\\0&0&0&0&\lambda-1\end{pmatrix},$$

(1)$\lambda$取任何值时，方程组都不可能有唯一解；$\lambda=1$时，方程组有无穷多解；$\lambda\neq 1$时，方程组无解；

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

8. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&1&4\\1&-2&1&-3&-3\\2&-1&2&-2&\lambda\end{pmatrix}$,

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&1&1&4\\0&-3&0&-4&-7\\0&0&0&0&\lambda-1\end{pmatrix},$$

(1)$\lambda$取任何值时，方程组都不可能有唯一解；$\lambda=1$时，方程组有无穷多解；$\lambda\neq1$时，方程组无解；

(2)$\lambda=1$时的通解为$\begin{cases}x_1&=\frac{5}{3}-x_3+\frac{1}{3}x_4\\x_2&=\frac{7}{3}-\frac{4}{3}x_4\end{cases}$，其中$x_3,x_4$为自由未知量.

# 习题2.3($P_{64} - P_{66}$)

9. 解

# 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

9. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 4 \\ 1 & b & 1 & 3 \\ 1 & 2b & 1 & 4 \end{pmatrix}$,

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

9. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 4 \\ 1 & b & 1 & 3 \\ 1 & 2b & 1 & 4 \end{pmatrix}$，

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix} 1 & b & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1-a & 4-2a \\ 0 & 0 & -b(1-a) & 1-b(4-2a) \end{pmatrix},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

9. 解 方程组的增广矩阵为$\overline{A}=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 4 \\ 1 & b & 1 & 3 \\ 1 & 2b & 1 & 4 \end{pmatrix}$，

对方程组的增广矩阵实施初等行变换，化为阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & b & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1-a & 4-2a \\ 0 & 0 & -b(1-a) & 1-b(4-2a) \end{pmatrix},$$

$b\neq 0$且$a\neq 1$时，$\overline{A}$有三个主元且最后一列无主元，方程组有唯一解；$b=0$时，$\overline{A}$有三个主元且最后一列有主元，方程组无解；$a=1$且$b=\frac{1}{2}$时，$\overline{A}$有二个主元且最后一列无主元，方程组有无穷多解；$a=1$且$b\neq\frac{1}{2}$时，$\overline{A}$有三个主元且最后一列有主元，方程组无解.

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

10. 解

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

10. 解 联立线性方程组
$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3 &= 0 \\ x_1+2x_3+ax_3 &= 0 \\ x_1+4x_2+a^2x_3 &= 0 \\ x_1+2x_2+x_3 &= a-1 \end{cases},$$

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

10. 解 联立线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3 &= 0 \\ x_1+2x_3+ax_3 &= 0 \\ x_1+4x_2+a^2x_3 &= 0 \\ x_1+2x_2+x_3 &= a-1 \end{cases}$,

联立方程组的增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & a & 0 \\ 1 & 4 & a^2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & a-1 \end{pmatrix}$,

初等行变换$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a-1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-a & a-1 \\ 0 & 0 & 0 & (a-1)(a-2) \end{pmatrix}$,

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

当$a=1$时，联立方程组有解，即所给定方程有公共解.

## 习题2.3($P_{64}-P_{66}$)

当$a=1$时，联立方程组有解，即所给定方程有公共解.

$a=1$时，公共解为$\begin{cases} x_1 &= -x_3 \\ x_2 &= 0 \end{cases}$，$x_3$为自由未知量.

# *Thank you!*

AUTHOR: Ning Qun
ADDRESS: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China
EMAIL: Ning.qun@163.com