线性代数

第三章：向量空间

宿州学院　数学与统计学院

目录

1 3.1 线性方程组的另一种表示

3.1 线性方程组的另一种表示

线性方程组是由未知量的系数以及常数项所确定的，利用线性方程组的系数和常数项就可以判断线性方程组有没有解，有多少解.

3.1 线性方程组的另一种表示

线性方程组是由未知量的系数以及常数项所确定的，利用线性方程组的系数和常数项就可以判断线性方程组有没有解，有多少解.

利用初等行变换将增广矩阵化为阶梯形，可以给出了一般线性方程组解情形的判定和通解.

3.1 线性方程组的另一种表示

线性方程组是由未知量的系数以及常数项所确定的，利用线性方程组的系数和常数项就可以判断线性方程组有没有解，有多少解.

利用初等行变换将增广矩阵化为阶梯形，可以给出了一般线性方程组解情形的判定和通解.

本章将引入“数组向量”，定义其关系与运算，并用“数组向量”的关系与运算来研究线性方程组.

3.1 线性方程组的另一种表示

设m个方程，n个未知量的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

3.1 线性方程组的另一种表示

设m个方程，n个未知量的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

将未知量x_k的系数和常数列按其原来的位置，引入有序数组

3.1 线性方程组的另一种表示

设m个方程，n个未知量的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

将未知量x_k的系数和常数列按其原来的位置，引入有序数组

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix},$$

3.1 线性方程组的另一种表示

设m个方程，n个未知量的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

将未知量x_k的系数和常数列按其原来的位置，引入有序数组

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix},$$

3.1 线性方程组的另一种表示

设m个方程，n个未知量的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

将未知量x_k的系数和常数列按其原来的位置，引入有序数组

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix}, \cdots, \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix},$$

3.1 线性方程组的另一种表示

设m个方程，n个未知量的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

将未知量x_k的系数和常数列按其原来的位置，引入有序数组

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

3.1 线性方程组的另一种表示

设m个方程，n个未知量的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad\qquad\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

将未知量x_k的系数和常数列按其原来的位置，引入有序数组

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

每一个数组都是由方程组中同一个未知量的系数按其相对位置确定的m个数组成.

3.1 线性方程组的另一种表示

它们是方程组的增广矩阵中相应的“列”.称其为m维数组向量.分别用记为$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \beta$。

3.1 线性方程组的另一种表示

它们是方程组的增广矩阵中相应的“列”.称其为m维数组向量.分别用记为$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \beta$。即

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix},$$

3.1 线性方程组的另一种表示

它们是方程组的增广矩阵中相应的“列”.称其为m维数组向量.分别用记为$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \beta$。即

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix},$$

3.1 线性方程组的另一种表示

它们是方程组的增广矩阵中相应的“列”.称其为m维数组向量.分别用记为$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n,\beta$。即

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}a_{11}\\a_{21}\\\vdots\\a_{m1}\end{pmatrix},\ \alpha_2=\begin{pmatrix}a_{12}\\a_{22}\\\vdots\\a_{m2}\end{pmatrix},\quad\ldots,\ \alpha_n=\begin{pmatrix}a_{1n}\\a_{2n}\\\vdots\\a_{mn}\end{pmatrix},$$

3.1 线性方程组的另一种表示

它们是方程组的增广矩阵中相应的“列”.称其为m维数组向量.分别用记为$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \beta$。即

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix}, \quad \ldots, \alpha_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

3.1 线性方程组的另一种表示

它们是方程组的增广矩阵中相应的“列”.称其为m维数组向量.分别用记为$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \beta$。即

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix}, \quad \ldots, \alpha_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

由于m维数组向量(有序数组)$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$是未知量的系数按方程组中的位置定义的$m \times 1$ 阶矩阵，

3.1 线性方程组的另一种表示

它们是方程组的增广矩阵中相应的“列”.称其为m维数组向量.分别用记为$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n,\beta$。即

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}a_{11}\\a_{21}\\\vdots\\a_{m1}\end{pmatrix},\ \alpha_2=\begin{pmatrix}a_{12}\\a_{22}\\\vdots\\a_{m2}\end{pmatrix},\ \ldots,\ \alpha_n=\begin{pmatrix}a_{1n}\\a_{2n}\\\vdots\\a_{mn}\end{pmatrix},\ \beta=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\\vdots\\b_m\end{pmatrix}.$$

由于m维数组向量(有序数组)$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n$是未知量的系数按方程组中的位置定义的$m\times 1$ 阶矩阵，而在线性方程组中，系数与未知量之间是乘法运算关系，按照数与矩阵的乘法法则，定义未知量x_k与其相应系数构成的数组向量α_k之间的“乘法”，即

3.1 线性方程组的另一种表示

$$x_1\alpha_1 =$$

3.1 线性方程组的另一种表示

$$x_1\alpha_1 = x_1\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}$$

3.1 线性方程组的另一种表示

$$x_1\alpha_1 = x_1\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 \\ a_{21}x_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 \end{pmatrix},$$

3.1 线性方程组的另一种表示

$$x_1\alpha_1 = x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 \\ a_{21}x_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 \end{pmatrix},$$

$$x_2\alpha_2 =$$

3.1 线性方程组的另一种表示

$$x_1\alpha_1 = x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 \\ a_{21}x_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 \end{pmatrix},$$

$$x_2\alpha_2 = x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} =$$

3.1 线性方程组的另一种表示

$$x_1\alpha_1 = x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 \\ a_{21}x_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 \end{pmatrix},$$

$$x_2\alpha_2 = x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12}x_2 \\ a_{22}x_2 \\ \vdots \\ a_{m2}x_2 \end{pmatrix},$$

3.1 线性方程组的另一种表示

$$x_1\alpha_1 = x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 \\ a_{21}x_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 \end{pmatrix},$$

$$x_2\alpha_2 = x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12}x_2 \\ a_{22}x_2 \\ \vdots \\ a_{m2}x_2 \end{pmatrix}, \cdots,$$

$$x_n\alpha_n =$$

3.1 线性方程组的另一种表示

$$x_1\alpha_1 = x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 \\ a_{21}x_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 \end{pmatrix},$$

$$x_2\alpha_2 = x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12}x_2 \\ a_{22}x_2 \\ \vdots \\ a_{m2}x_2 \end{pmatrix}, \cdots,$$

$$x_n\alpha_n = x_n \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} =$$

3.1 线性方程组的另一种表示

$$x_1\alpha_1 = x_1\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 \\ a_{21}x_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 \end{pmatrix},$$

$$x_2\alpha_2 = x_2\begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12}x_2 \\ a_{22}x_2 \\ \vdots \\ a_{m2}x_2 \end{pmatrix}, \cdots,$$

$$x_n\alpha_n = x_n\begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1n}x_n \\ a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{mn}x_n \end{pmatrix}$$

3.1 线性方程组的另一种表示

对照矩阵的加法，引入数组向量的“加法”

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 \\ a_{21}x_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{12}x_2 \\ a_{22}x_2 \\ \vdots \\ a_{m2}x_2 \end{pmatrix} + \cdots + \begin{pmatrix} a_{1n}x_n \\ a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{mn}x_n \end{pmatrix}$$

3.1 线性方程组的另一种表示

对照矩阵的加法，引入数组向量的“加法”

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 \\ a_{21}x_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{12}x_2 \\ a_{22}x_2 \\ \vdots \\ a_{m2}x_2 \end{pmatrix} + \cdots + \begin{pmatrix} a_{1n}x_n \\ a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{mn}x_n \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{pmatrix}$$

3.1 线性方程组的另一种表示

对照矩阵的相等，m维数组向量的相等是“每一个对应分量都相等”，即

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

3.1 线性方程组的另一种表示

对照矩阵的相等，m维数组向量的相等是“每一个对应分量都相等”，即

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n & = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n & = b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n & = b_m \end{cases}.$$

3.1 线性方程组的另一种表示

从而一般线性方程组可以表示为

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix},$$

3.1 线性方程组的另一种表示

从而一般线性方程组可以表示为

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}, \text{ 即,}$$

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \cdots + x_n\alpha_n = \beta.$$

3.1 线性方程组的另一种表示

从而一般线性方程组可以表示为

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}，即，$$

$$x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+\cdots+x_n\alpha_n=\beta.$$

从而求线性方程组的解，就转化为寻找数$x_1,x_2,\ldots,x_n$，使得$x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+\cdots+x_n\alpha_n=\beta$ 成立.

3.1 线性方程组的另一种表示

例如，线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 & -2x_3 + 3x_4 & = 2 \\ & x_3 - 2x_4 & = 1 \\ & 2x_3 - 4x_4 & = 4 \end{cases}$

3.1 线性方程组的另一种表示

例如，线性方程组
$$\begin{cases} x_1+2x_2 & -2x_3+3x_4 & =2 \\ & x_3-2x_4 & =1 \\ & 2x_3-4x_4 & =4 \end{cases}$$

引入5个3维数组向量

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}3\\-2\\-4\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}2\\1\\4\end{pmatrix}$$

3.1 线性方程组的另一种表示

例如，线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 & -2x_3 + 3x_4 & = 2 \\ & x_3 - 2x_4 & = 1 \\ & 2x_3 - 4x_4 & = 4 \end{cases}$

引入5个3维数组向量

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

由前面所述“乘法”、“加法”和“相等”的意义，则例中的线性方程组可以表述为

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix},$$

3.1 线性方程组的另一种表示

即

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 + x_4\alpha_4 = \beta.$$

3.1 线性方程组的另一种表示

即

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 + x_4\alpha_4 = \beta.$$

求例中线性方程组的解，就是求未知数x_1, x_2, x_3, x_4，使得

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

成立，

3.1 线性方程组的另一种表示

即

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 + x_4\alpha_4 = \beta.$$

求例中线性方程组的解，就是求未知数x_1, x_2, x_3, x_4，使得

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

成立，也就是$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 + x_4\alpha_4 = \beta$成立.

3.1 线性方程组的另一种表示

即

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 + x_4\alpha_4 = \beta.$$

求例中线性方程组的解，就是求未知数x_1, x_2, x_3, x_4，使得

$$x_1\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix} + x_4\begin{pmatrix}3\\-2\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\\4\end{pmatrix}$$

成立，也就是$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 + x_4\alpha_4 = \beta$成立.

为了更好地利用线性方程组的系数和常数项判断它有没有解，有多少解，需要定义“数组向量”的运算，并讨论它们的性质.

Thank you!

AUTHOR: Ning Qun
ADDRESS: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China
EMAIL: Ning.qun@163.com